تمرين 1

حل المعادلات التالية :

1. $x+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$
2. $4x-5=x+\frac{1}{2}$
3. $2x+1=\sqrt{3}x+4$
4. $4x-4\sqrt{7}=x+2\sqrt{7}$
5. $2(x+3)-3x=-4(-x-5)$
6. $\sqrt{3}(x+\sqrt{3})=2(x-\sqrt{3})$
7. $\frac{x}{2}+\frac{3}{2}=\frac{2x}{3}-\frac{5}{2}$
8. $\frac{x+1}{3}=\frac{2x-4}{5}$
9. $\frac{4+x}{3}-\frac{2x-1}{8}=\frac{x+4}{4}$

تمرين 2

حل المعادلات التالية :

1. $(3x-3)(x-4)=0$
2. $(x+1)(2x-3)-(2x-3)(4x+2)=0$
3. $\sqrt{2}x^2=\sqrt{3}x$
4. $x^2-x=6x-6$
5. $(x-\sqrt{5})(x-1)=2x(x-\sqrt{5})$
6. $x^2-3=0$
7. $(x-3)(2x+4)=4x^2-16$
8. $4(x+1)^2=(x-3)^2$
9. $(4x-1)^2-25=0$
10. $9x^2-6x=(5x+7)^2-1$

تمرين 3

حل المتراجحات التالية :

1. $x-4\leq 0$
2. $x+2\geq 0$
3. $3x>9$
4. $-2x\leq 4$
5. $2x-3>x+5$
6. $4x-1\leq 2(x-1)+3$
7. $-5x+2\geq 2x+9$
8. $-3(x+2)<x+7$
9. $\frac{x+3}{3}<\frac{x+2}{2}$
10. $\frac{x-4}{2}-\frac{x-5}{4}\geq\frac{3x-1}{8}$

تمرين 4

يزن عماد وليلى معًا 135 كيلوجرامًا.
مع العلم أن وزن عماد يزيد عن وزن ليلى بـ 15 كلغ، **فأوجد وزن كل منهما.**

تمرين 5

يقدم نادي لكرة القدم طريقتين للإشتراك:
الإشتراك (1): 40 درهم للتذكرة الواحدة.
الإشتراك (2): تذكرة موسمية بـ 360 درهماً لتتمكن من دفع ثمن التذكرة الواحدة بـ 16 درهماً فقط.
حدد عدد التذاكر في السنة لكي يكون **الاشتراك (2)** أفضل من **الإشتراك (1)**

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تصحيح التمرين 1

لنحل المعادلات التالية :

1 لدينا : $x+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

اذن : $x+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

اذن : $x=3\sqrt{2}-\sqrt{2}$

اذن : $\boxed{x=2\sqrt{2}}$

ومنه حل المعادلة هو : $2\sqrt{2}$

2 لدينا : $4x-5=x+\frac{1}{2}$

اذن : $4x-x=\frac{1}{2}+5$

اذن : $3x=\frac{1}{2}+\frac{10}{2}$

اذن : $3x=\frac{11}{2}$

اذن : $x=\frac{11}{2}\times\frac{1}{3}$

اذن : $\boxed{x=\frac{11}{6}}$

ومنه حل المعادلة هو : $\frac{11}{6}$

3 لدينا : $2x+1=\sqrt{3}x+4$

اذن : $2x-\sqrt{3}x=4-1$

اذن : $\left(2-\sqrt{3}\right)x=3$

اذن : $x=\frac{3}{2-\sqrt{3}}$

اذن : $\boxed{x=3\left(2+\sqrt{3}\right)}$

ومنه حل المعادلة هو : $3\left(2+\sqrt{3}\right)$

4 لدينا : $4x-4\sqrt{7}=x+2\sqrt{7}$

اذن : $4x-x=2\sqrt{7}+4\sqrt{7}$

اذن : $3x=6\sqrt{7}$

اذن : $\boxed{x=\frac{6\sqrt{7}}{3}=2\sqrt{7}}$

ومنه حل المعادلة هو : $2\sqrt{7}$

5 لدينا : $2(x+3)-3x=-4(-x-5)$

اذن : $2x+6-3x=4x+20$

اذن : $2x-3x-4x=20-6$

اذن : $-5x=14$

اذن : $\boxed{x=\frac{-14}{5}}$

ومنه حل المعادلة هو : $\frac{-14}{5}$

6 لدينا : $\sqrt{3}\left(x+\sqrt{3}\right)=2\left(x-\sqrt{3}\right)$

اذن : $\sqrt{3}x+3=2x-2\sqrt{3}$

اذن : $\sqrt{3}x-2x=-2\sqrt{3}+3$

اذن : $\left(\sqrt{3}-2\right)x=-2\sqrt{3}+3$

اذن : $x=\frac{-2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}-2}$

اذن : $\boxed{x=2\sqrt{3}-3}$

ومنه حل المعادلة هو : $x=2\sqrt{3}-3$

7 لدينا : $\frac{x}{2}+\frac{3}{2}=\frac{2x}{3}-\frac{5}{2}$

اذن : $\frac{3x+9}{6}=\frac{4x-15}{6}$

اذن : $3x+9=4x-15$

اذن : $3x-4x=-15-9$

اذن : $-x=-24$

اذن : $\boxed{x=24}$

ومنه حل المعادلة هو : 24

8 لدينا : $\frac{x+1}{3}=\frac{2x-4}{5}$

اذن : $5(x+1)=3(2x-4)$

اذن : $5x+5=6x-12$

اذن : $5x-6x=-12-5$

اذن : $-x=-17$

اذن : $\boxed{x=17}$

ومنه حل المعادلة هو : 17

9 لدينا : $\frac{4+x}{3}-\frac{2x-1}{8}=\frac{x+4}{4}$

اذن : $\frac{8(4+x)-3(2x-1)}{24}=\frac{6(x+4)}{24}$

اذن : $8(4+x)-3(2x-1)=6(x+4)$

اذن : $32+8x-6x+3=6x+24$

اذن : $8x-6x-6x=24-32-3$

اذن : $-4x=-11$

اذن : $\boxed{x=\frac{-11}{-4}=\frac{11}{4}}$

ومنه حل المعادلة هو : $\frac{11}{4}$

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تصحيح التمرين 2

لنحل المعادلات التالية :

1 لدينا : $(3x-3)(x-4)=0$

اذن : $3x-3=0$ أو $x-4=0$

اذن : $3x=3$ أو $x=4$

اذن : $x=\frac{3}{3}=1$ أو $x=4$

ومنه المعادلة تقبل حلين هما : 1 و 2

2 لدينا : $(x+1)(2x-3)-(2x-3)(4x+2)=0$

اذن : $(2x-3)(x+1-4x-2)=0$

اذن : $(2x-3)(-3x-1)=0$

اذن : $2x-3=0$ أو $-3x-1=0$

اذن : $2x=3$ أو $-3x=1$

اذن : $x=\frac{3}{2}$ أو $x=-\frac{1}{3}$

ومنه المعادلة تقبل حلين هما : $\frac{-1}{3}$ و $\frac{3}{2}$

3 لدينا : $\sqrt{2}x^2=\sqrt{3}x$

اذن : $\sqrt{2}x^2-\sqrt{3}x=0$

اذن : $x\left(\sqrt{2}x-\sqrt{3}\right)=0$

اذن : $x=0$ أو $\sqrt{2}x-\sqrt{3}=0$

اذن : $x=0$ أو $\sqrt{2}x=\sqrt{3}$

اذن : $x=0$ أو $x=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

ومنه المعادلة تقبل حلين هما : 0 و $\frac{\sqrt{6}}{2}$

4 لدينا : $x^2-x=6x-6$

اذن : $x(x-1)-6(x-1)=0$

اذن : $(x-1)(x-6)=0$

اذن : $x-1=0$ أو $x-6=0$

اذن : $x=1$ أو $x=6$

ومنه المعادلة تقبل حلين هما : 1 و 6

5 لدينا : $(x-\sqrt{5})(x-1)=2x(x-\sqrt{5})$

اذن : $(x-\sqrt{5})(x-1)-2x(x-\sqrt{5})=0$

اذن : $(x-\sqrt{5})(x-1-2x)=0$

اذن : $(x-\sqrt{5})(-x-1)=0$

اذن : $x-\sqrt{5}=0$ أو $-x-1=0$

اذن : $x=\sqrt{5}$ أو $x=-1$

ومنه المعادلة تقبل حلين هما : -1 و $\sqrt{5}$

6 لدينا : $x^2-3=0$

اذن : $x^2-\sqrt{3}^2=0$

اذن : $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})=0$

اذن : $x+\sqrt{3}=0$ أو $x-\sqrt{3}=0$

اذن : $x=-\sqrt{3}$ أو $x=\sqrt{3}$

ومنه المعادلة تقبل حلين هما : $-\sqrt{3}$ و $\sqrt{3}$

7 لدينا : $(x-3)(2x+4)=4x^2-16$

اذن : $(x-3)(2x+4)=(2x-4)(2x+4)$

اذن : $(x-3)(2x+4)-(2x-4)(2x+4)=0$

اذن : $(2x+4)(x-3-2x+4)=0$

اذن : $(2x+4)(-x+1)=0$

اذن : $-x+1=0$ أو $2x+4=0$

اذن : $-x=-1$ أو $2x=-4$

اذن : $x=1$ أو $x=-\frac{4}{2}=-2$

ومنه المعادلة تقبل حلين هما : -2 و 1

8 لدينا : $4(x+1)^2=(x-3)^2$

اذن : $(2(x+1))^2-(x-3)^2=0$

اذن : $(2x+2+x-3)(2x+2-x+3)=0$

اذن : $(3x-1)(x+5)=0$

اذن : $x+5=0$ أو $3x-1=0$

اذن : $x=-5$ أو $3x=1$

اذن : $x=-5$ أو $x=\frac{1}{3}$

ومنه المعادلة تقبل حلين هما : -5 و $\frac{1}{3}$

9 لدينا : $(4x-1)^2-25=0$

اذن : $(4x-1)^2-5^2=0$

اذن : $(4x-1-5)(4x-1+5)=0$

اذن : $4x-6=0$ أو $4x+4=0$

اذن : $4x=6$ أو $4x=-4$

اذن : $x=\frac{-4}{4}=-1$ أو $x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

ومنه المعادلة تقبل حلين هما : -1 و $\frac{3}{2}$

10 لدينا : $9x^2-6x=(5x+7)^2-1$

اذن : $(9x^2-6x-1)-(5x+7)^2=0$

اذن : $(3x-1)^2-(5x+7)^2=0$

اذن : $(3x-1-5x-7)(3x-1+5x+7)=0$

اذن : $(-2x-8)(8x+6)=0$

اذن : $-2x-8=0$ أو $8x+6=0$

اذن : $-2x=8$ أو $8x=-6$

اذن : $x=\frac{8}{-2}=-4$ أو $x=\frac{-6}{8}=\frac{-3}{4}$

ومنه المعادلة تقبل حلين هما : -4 و $\frac{-3}{4}$

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تصحيح التمرين 3

لنحل المتراجحات التالية :

1 لدينا : $x - 4 \leq 0$

اذن : $x \leq 4$

ومنه حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الأصغر من أو يساوي 4

2 لدينا : $x + 2 \geq 0$

اذن : $x \geq -2$

ومنه حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الأكبر من أو يساوي -2

3 لدينا : $3x > 9$

اذن : $x > \frac{9}{3}$

اذن : $x > 3$

ومنه حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الأكبر قطعا من 3

4 لدينا : $-2x \leq 4$

اذن : $x \geq \frac{4}{-2}$

اذن : $x \geq -2$

ومنه حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الأكبر أو يساوي من -2

5 لدينا : $2x - 3 > x + 5$

اذن : $2x - x > 5 + 3$

اذن : $x > 8$

ومنه حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الأكبر قطعا من 8

6 لدينا : $4x - 1 \leq 2(x - 1) + 3$

اذن : $4x - 1 \leq 2x - 2 + 3$

اذن : $4x - 2x \leq -2 + 3 + 1$

اذن : $2x \leq 2$

اذن : $x \leq \frac{2}{2}$

اذن : $x \leq 1$

ومنه حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الأصغر أو يساوي من 1

7 لدينا : $-5x + 2 \geq 2x + 9$

اذن : $-5x - 2x \geq 9 - 2$

اذن : $-7x \leq 7$

اذن : $x \geq \frac{7}{-7}$

اذن : $x \geq -1$

ومنه حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الأكبر أو يساوي من -1

8 لدينا : $-3(x + 2) < x + 7$

اذن : $-3x - 6 < x + 7$

اذن : $-3x - x < 7 + 6$

اذن : $-4x < 13$

اذن : $x > -\frac{13}{4}$

ومنه حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الأكبر قطعا من $-\frac{13}{4}$

9 لدينا : $\frac{x+3}{3} < \frac{x+2}{2}$

اذن : $\frac{2(x+3)}{6} < \frac{3(x+2)}{6}$

اذن : $2x + 6 < 3x + 6$

اذن : $6 - 6 < 3x - 2x$

اذن : $0 < x$

ومنه حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الأكبر قطعا من 0

10 لدينا : $\frac{x-4}{2} - \frac{x-5}{4} \geq \frac{3x-1}{8}$

اذن : $\frac{4(x-4) - 2(x-5)}{8} \geq \frac{(3x-1)}{8}$

اذن : $4(x-4) - 2(x-5) \geq (3x-1)$

اذن : $4x - 16 - 2x + 10 \geq 3x - 1$

اذن : $4x - 2x - 3x \geq -1 + 16 - 10$

اذن : $-x \geq 5$

اذن : $x \leq -5$

ومنه حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الأصغر من أو يساوي -5

تصحيح التمرين 4

ليكن x وزن ليلى، اذن وزن عماد هو : $x + 15$

ومنه لدينا : $x + (x + 15) = 135$ وبالتالي :

$$x + x + 15 = 135$$
$$2x = 135 - 15$$
$$2x = 120$$
$$x = \frac{120}{2}$$
$$x = 60$$

ومنه وزن ليلى هو : $60Kg$. وبالتالي وزن عماد هو : $75Kg$.

تصحيح التمرين 5

ليكن x هو عدد التذاكر في السنة.

سعر **الإشتراك 1** هو : $40x$

سعر **الإشتراك 2** هو : $360 + 16x$

لكي يكون **الإشتراك 1** أفضل من **الإشتراك 2** يجب أن يكون :

$$360 + 16x < 40x$$

ومنه :

$$360 < 40x - 16x$$
$$360 < 24x$$
$$\frac{360}{24} < x$$
$$15 < x$$

ومنه لكي يكون **الإشتراك 1** أفضل من **الإشتراك 2** يجب أن يكون عدد التذاكر في السنة يفوق 15 تذكرة.

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تمرين 1

ليكن ABC مثلثا.

1. أنشئ النقطة M بحيث : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$.
2. أنشئ النقطة N بحيث : $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{CB}$.
3. بين أن A منتصف القطعة $[MN]$.

تمرين 2

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه O.

1. أنشئ النقطة N بحيث : $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BN}$.
2. بين أن $ONCD$ متوازي الأضلاع.

تمرين 3

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع و I منتصف القطعة $[BC]$.

1. أنشئ النقطة E مماثلة النقطة A بالنسبة ل I.
2. أنشئ النقطة J منتصف القطعة $[BE]$.
3. أنشئ النقطة F مماثلة النقطة A بالنسبة ل J.
4. بين أن : $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{EF}$.

تمرين 4

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع.

1. أنشئ النقطتين M و N بحيث :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$$

2. بين أن : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{MN}$.

تمرين 5

ليكن ABC مثلثا و I منتصف القطعة $[BC]$.

1. أنشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{IB}$.
2. بين أن : $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AI}$.

تمرين 6

بسط التعابير التالية :

1. $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{FG}$
2. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$
3. $\overrightarrow{FE} - \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GF}$
4. $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{EA} - \overrightarrow{BC}$

تمرين 7

ليكن ABC مثلثا.

1. أنشئ النقطتين E و F بحيث :

$$\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB}$$

2. بين أن : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$.
3. بين أن : $\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{AB}$.

تمرين 8

ليكن ABC مثلثا.

1. أنشئ النقطتين M و N بحيث :

$$\overrightarrow{CN} = -2\overrightarrow{CA} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$$

2. بين أن : $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AC}$.
3. بين أن : $\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{BC}$.
4. استنتج أن : $(MN) \parallel (BC)$.

تمرين 9

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع.

1. أنشئ النقطتين E و F بحيث :

$$\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.$$

2. بين أن النقط A و C و F مستقيمية.

تمرين 10

ليكن ABC مثلثا و I و J و K ثلاث نقط بحيث :

$$\overrightarrow{BI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \ ; \ \overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} \ ; \ \overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$$

1. أنشئ النقط I و J و K.
2. بين أن : $\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
3. بين أن : $\overrightarrow{JK} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{BC} - \frac{4}{15}\overrightarrow{AC}$
4. بين أن النقط I و J و K مستقيمية.

© 2021 www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تمرين 11

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع.

1. أنشئ النقطة E صورة A بالإزاحة التي تحول B إلى D.
2. أنشئ النقطة F صورة B بالإزاحة التي تحول A إلى C.
3. بين أن E هي صورة D بالإزاحة التي تحول C إلى D.
4. بين أن F هي صورة C بالإزاحة التي تحول D إلى C.
5. استنتج أن:

$$\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{AB} \text{ و } \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CF}$$

تمرين 12

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه O.

1. أنشئ E صورة D بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AC}$.
2. أنشئ F مماثلة A بالنسبة لـ A.
3. بين أن O منتصف القطعة $[EF]$.

تمرين 13

ليكن $EFGH$ مربع بحيث $EF = 3cm$.

1. أنشئ A صورة F بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{EG}$.
2. أنشئ B صورة H بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{EG}$.
3. حدد المسافة AB.

تمرين 14

ليكن ABC مثلثا و $[AH]$ ارتفاعا له.

1. أنشئ B' و C' صورتي B و C على التوالي بالازاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AH}$.
2. حدد صورة المستقيم (BC) بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AH}$.
3. بين أن $(AH) \perp (B'C')$.

تمرين 15

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه O.

1. أنشئ E صورة A بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OD}$.
2. أنشئ F صورة C بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OD}$.
3. بين أن النقط D و E و F مستقيمية.

تمرين 16

ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في A و E نقطة من $[BC]$.

1. أنشئ B' و C' صورتي B و C على التوالي بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AE}$.
2. بين أن المثلث $EB'C'$ قائم الزاوية.
3. بين أن $(BC) \parallel (B'C')$.

تمرين 17

لتكن O و O' نقطتين في المستوى، ولتكن $(\mathscr{C})$ الدائرة التي مركزها O وشعاعها $r = \frac{1}{4}OO'$.

1. أنشئ $(\mathscr{C}')$ صورة $(\mathscr{C})$ بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OO'}$.
2. لتكن E نقطة من $(\mathscr{C})$ و E' نقطة من المستوى بحيث $OEE'O'$ متوازي الأضلاع.
   بين أن النقطة E' تنتمي إلى الدائرة $(\mathscr{C}')$.

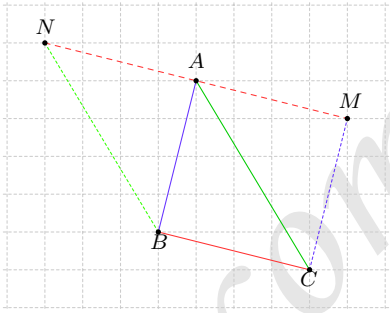
www.elmaths.com
www.fb.com/elmaths1
3AC

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تصحيح تمارين المتجهات والإزاحة
الدورة الثانية

تمرين 1 www.elmaths.com

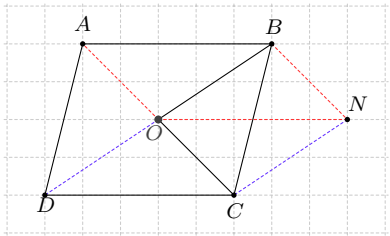
1. أنظر الشكل.
2. أنظر الشكل.



3. حسب السؤال (2) لدينا : $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{CB}$، ومنه $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{BC}$.
حسب السؤال (1) لدينا : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$، ومنه $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AM}$.
يعني أن A منتصف القطعة $[MN]$.

تمرين 2 www.elmaths.com

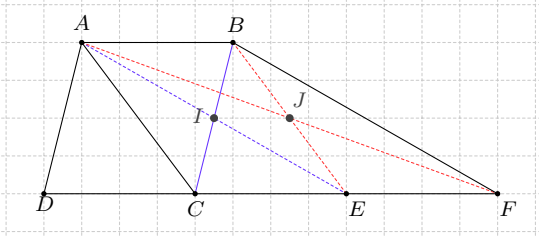
1. أنظر الشكل.



2. لدينا : $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BN}$ يعني أن $AONB$ متوازي الأضلاع
يعني أن : $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{AB}$ (1).
بما أن $ABCD$ متوازي الأضلاع فإن : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ (2)
من العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن : $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{CD}$.
وبالتالي $ONDC$ متوازي الأضلاع.

تمرين 3 www.elmaths.com

1. أنظر الشكل.
2. أنظر الشكل.
3. أنظر الشكل.

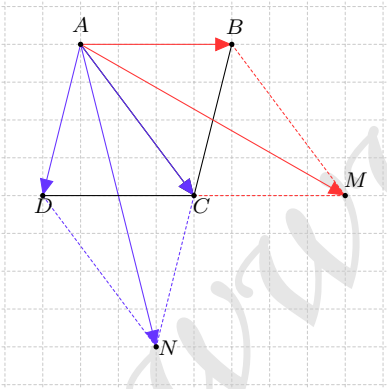


4. • بماأن $ABCD$ متوازي الأضلاع، فإن : $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ (1)
• لدينا E مماثلة A بالنسبة لـ I، اذن I منتصف $[AE]$،
وبماأن I منتصف $[BC]$، فإن الرباعي $ABEC$ متوازي الأضلاع،
ومنه : $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB}$ (2).
• لدينا F مماثلة A بالنسبة لـ J اذن J منتصف $[AF]$
وبما أن J منتصف $[BE]$ فإن الرباعي $ABFE$ متوازي الأضلاع
ومنه : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$ (3).
• حسب العلاقات (1) و (2) و (3) نستنتج أن :

$$\boxed{\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{EF}}$$

تمرين 4 www.elmaths.com

1. أنظر الشكل.

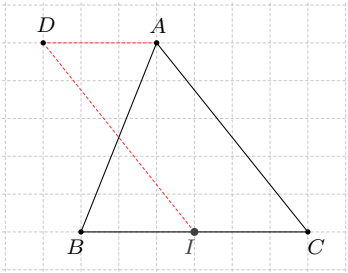


2. لدينا : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$، اذن $ABMC$ متوازي الأضلاع،
اذن : $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC}$ (1)
لدينا $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$، اذن $ACND$ متوازي الأضلاع،
اذن : $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{AC}$ (2)
حسب (1) و (2) نستنتج أن : $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{DN}$
يعني أن $BMND$ متوازي الأضلاع،
وبالتالي : $\boxed{\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{MN}}$

© 2021 www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تمرين 5 www.elmaths.com

1 أنظر الشكل.



2 بما أن I منتصف القطعة $[BC]$، فإن $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IB}$ (1)

وبما أن : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{IB}$، فإن : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CI}$،

ومنه $CADI$ متوازي الأضلاع، ومنه : $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AD}$ (2)

حسب (1) و (2) نستنتج أن : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{IB}$،

يعني أن $ADBI$ متوازي الأضلاع، وبالتالي : $\boxed{\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AI}}$

تمرين 6 www.elmaths.com

لنبسط التعابير التالية :

1
$$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{FG} = \underbrace{\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}} + \overrightarrow{GE}$$
$$= \underbrace{\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GE}} = \overrightarrow{EE} = \boxed{\vec{0}}$$

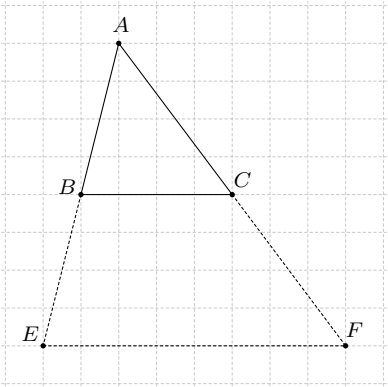
2
$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \underbrace{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DB}$$
$$= \underbrace{\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC}} + \overrightarrow{DB}$$
$$= \overrightarrow{CC} + \overrightarrow{DB} = \boxed{\overrightarrow{DB}}$$

3
$$\vec{u} = \overrightarrow{FE} - \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GF}$$
$$= \underbrace{\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EG}} + \underbrace{\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH}} + \overrightarrow{GF}$$
$$= \cancel{\overrightarrow{FG}} + \overrightarrow{FH} + \cancel{\overrightarrow{GF}} = \boxed{\overrightarrow{FH}}$$

4
$$\vec{v} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{EA} - \overrightarrow{BC}$$
$$= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$$
$$= \underbrace{\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \boxed{\vec{0}}$$

تمرين 7 www.elmaths.com

1 أنظر الشكل :



2 حسب علاقة شال لدينا :

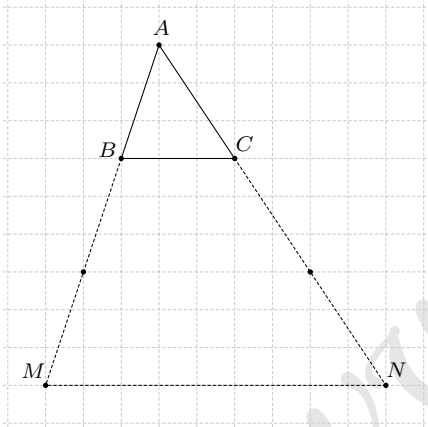
$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB} = \boxed{\overrightarrow{AB}}$$

3 حسب علاقة شال لدينا :

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AC}$$
$$= 2\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) = \boxed{2\overrightarrow{BC}}$$

تمرين 8 www.elmaths.com

1 أنظر الشكل :



2 حسب علاقة شال لدينا :

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AC} = \boxed{3\overrightarrow{AC}}$$

3 حسب علاقة شال لدينا :

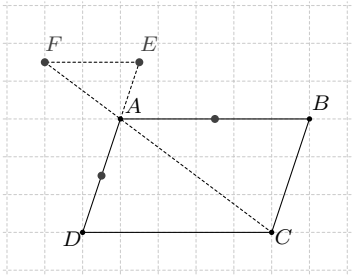
$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AC}$$
$$= 3\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) = \boxed{3\overrightarrow{BC}}$$

4 بماأن : $\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{BC}$ فإن : $\boxed{(MN) \parallel (BC)}$

تمرين 9 www.elmaths.com

1 أنظر الشكل بحيث : $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

© 2021 www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège



2 بما أن $ABCD$ متوازي الأضلاع، فإن : $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$

وحسب علاقة شال لدينا :

$$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$$
$$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BA}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$$

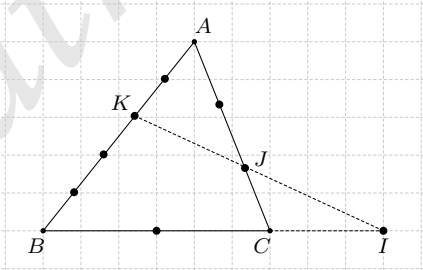
ومنه $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$، وبالتالي A و C و F نقط مستقيمية

تمرين 10 www.elmaths.com

ليكن ABC مثلثا و I و J و K ثلاث نقط بحيث :

$$\overrightarrow{BI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}\ ;\ \overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}\ ;\ \overrightarrow{AK}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$$

1 أنظر الشكل



2 حسب علاقة شال لدينا :

$$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$$
$$=\left(-\frac{3}{2}+1\right)\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

ومنه : $\boxed{\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}}$

3 حسب علاقة شال لدينا :

$$\overrightarrow{JK}=\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AK}$$
$$=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$$
$$=\left(\frac{1}{3}-1\right)\overrightarrow{AC}+\frac{2}{5}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right)$$
$$=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}-\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$$
$$=-\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}+\left(\frac{2}{5}-\frac{2}{3}\right)\overrightarrow{AC}$$
$$=-\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}-\frac{4}{15}\overrightarrow{AC}$$

ومنه : $\boxed{\overrightarrow{JK}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}-\frac{4}{15}\overrightarrow{AC}}$

4 لدينا : $\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

ومنه : $12\overrightarrow{IJ}=-6\overrightarrow{BC}-4\overrightarrow{AC}$ (1)

لدينا : $\overrightarrow{JK}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}-\frac{4}{15}\overrightarrow{AC}$

ومنه : $15\overrightarrow{JK}=-6\overrightarrow{BC}-4\overrightarrow{AC}$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن : $12\overrightarrow{IJ}=15\overrightarrow{JK}$

ومنه : $\boxed{\overrightarrow{IJ}=\frac{5}{4}\overrightarrow{JK}}$

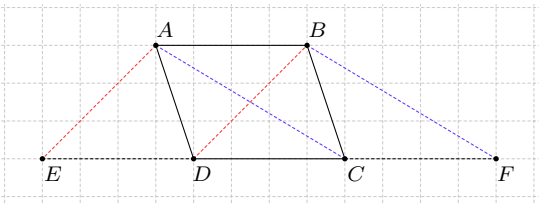
وبالتالي النقط I و J و K مستقيمية.

تمرين 11 www.elmaths.com

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع.

1 أنظر الشكل.

2 أنظر الشكل.



3 $ABCD$ متوازي الأضلاع، يعني أن : $\boxed{\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}}$ (1)

بماأن E صورة A بالإزاحة التي تحول B إلى D فإن $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BD}$

اذن $ABDE$ متوازي الأضلاع، اذن : $\boxed{\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{BA}}$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن : $\boxed{\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{CD}}$ $(*)$

وبالتالي E هي صورة D بالإزاحة التي تحول C إلى D.

4 $ABCD$ متوازي الأضلاع، يعني أن : $\boxed{\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}}$ (3)

بماأن F صورة B بالإزاحة التي تحول A إلى C فإن $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AC}$

ومنه $ACFB$ متوازي الأضلاع، يعني أن : $\boxed{\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AB}}$ (4)

من (3) و (4) نستنتج أن : $\boxed{\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{DC}}$ $(**)$

وبالتالي F هي صورة C بالإزاحة التي تحول D إلى C.

5 من العلاقتين $(*)$ و $(**)$ نستنتج أن : $\boxed{\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CF}}$

و

$$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CF}$$
$$=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=\boxed{3\overrightarrow{AB}}$$

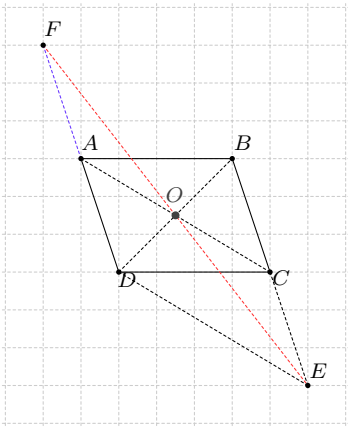
تمرين 12 www.elmaths.com

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه O.

1 أنظر الشكل.

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

2 أنظر الشكل.



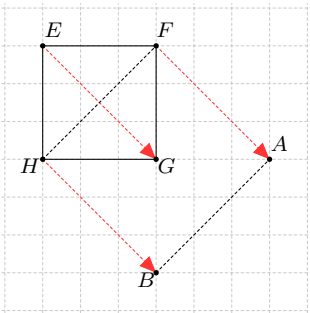
3 بما أن E صورة D بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AC}$، فإن : $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AC}$،
ومنه $ADEC$ متوازي الأضلاع، ومنه : $\boxed{\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DA}}$ (1).
بما أن F مماثلة D بالنسبة لـ A، فإن A هي منتصف $[DF]$،
ومنه $\boxed{\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DA}}$ (2)
من (1) و (2) نستنتج أن : $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{EC}$،
ومنه $AFCE$ متزازي الأضلاع.
بما أن O منتصف القطر الأول $[AC]$ فإن O هي كذلك منتصف القطر الثاني $[EF]$. (لأن متوازي الأضلاع قطريه يتقاطعان في المنتصف)

تمرين 13 www.elmaths.com

ليكن $EFGH$ مربع بحيث $EF = 3cm$.

1 أنظر الشكل

2 أنظر الشكل



3 بماأن A و B صورتي F و H على التوالي بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{EG}$،
فإن : $AB = FH$، (لأن الإزاحة تحافظ على المسافة)
وحسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة على المثلث EFH القائم الزاوية في E لدينا : $FH^2 = EF^2 + EH^2$، ومنه :

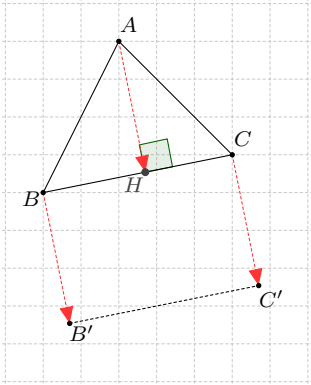
$$FH = \sqrt{EF^2 + EH^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

ومنه : $\boxed{AB = 3\sqrt{2}cm}$

تمرين 14 www.elmaths.com

ليكن ABC مثلثا و $[AH]$ ارتفاعا له.

1 أنظر الشكل.



2 بماأن B' و C' صورتي B و C على التوالي بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AH}$، اذن المستقيم $(B'C')$ هو صورة المستقيم (BC) بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AH}$.

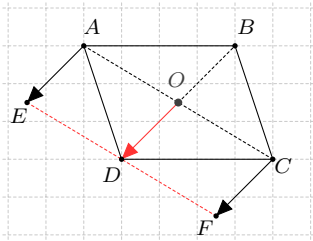
3 بماأن المستقيم $(B'C')$ هو صورة المستقيم (BC) بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AH}$، اذن $(B'C') \parallel (BC)$، وبماأن $(AH) \perp (BC)$،
فإن : $\boxed{(AH) \perp (B'C')}$.

تمرين 15 www.elmaths.com

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه O.

1 أنشئ E صورة A بالزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OD}$.

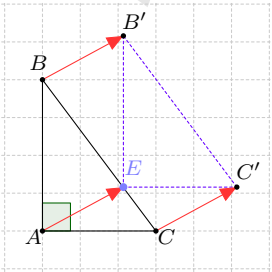
2 أنشئ F صورة C بالزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OD}$.



3 لدينا E و D و F صور A و O و C على التوالي بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OD}$. وبما أن النقط A و O و C مستقيمية، فإن النقط D و E و F هي أيضا مستقيمية (لأن الإزاحة تحافظ على استقامية النقط).

تمرين 16 www.elmaths.com

1 أنظر الشكل.



2 لدينا E و B' و C' صور النقط A و B و C على التوالي بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AE}$. اذن المثلث $EB'C'$ هو صورة المثلث ABC بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AE}$. وبما أن المثلث ABC قائم الزاوية في A فإن المثلث $EB'C'$ قائم الزاوية في E.

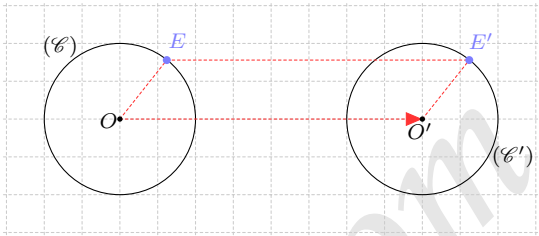
© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

3 لدينا B' و C' صورتي B و C على التوالي بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AE}$. اذن $(B'C')$ صورة المستقيم (BC) بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AE}$. وبالتالي : $\boxed{(BC) \parallel (B'C')}$.

تمرين 17 www.elmaths.com

لتكن O و O' نقطتين في المستوى والدائرة $(\mathscr{C})$ التي مركزها O وشعاعها $r = \frac{1}{4}OO'$.

1 أنشئ $(\mathscr{C}')$ صورة الدائرة $(\mathscr{C})$ بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OO'}$.



2 بماأن $OEE'O'$ متوازي الأضلاع، فإن $\overrightarrow{EE'} = \overrightarrow{OO'}$، ومنه E' صورة E بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OO'}$، وبماأن E تنتمي إلى $(\mathscr{C})$، فإن E' تنتمي إلى $(\mathscr{C}')$ صورة $(\mathscr{C})$.

Fin

للمزيد من المواضيع الحصرية
يمكنكم زيارة موقع الويب وصفحتنا على الفيسبوك

www.elmaths.com
www.fb.com/elmaths1
3AC

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تمارين مختارة للإستعداد الجيد للإمتحان الجهوي

www.elmaths.com

تمرين 1

ليكن $(O;I;J)$ معلما متعامدا ممنظما.

1. أنشئ النقط : $A\left(-\frac{3}{2};4\right)$ و $B(0;-2)$ و $C(3;0)$
2. لتكن M نقطة من محور الأفاصيل و N نقطة من محور الأراتيب.
حدد أرتوب النقطة M وأفصول النقطة N.

تمرين 2

ليكن $(O;I;J)$ معلما متعامدا ممنظما. نعتبر النقط التالية :

$A(3;1)$ و $B(-5;2)$ و $C(0;4)$ و $D(-1;-2)$

حدد احداثيتي المتجهات التالية :

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CD}$

تمرين 3

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر النقط التالية :

$A(-1;-1)$ و $B(4;4)$ و $C(5;1)$ و $D(x;y)$

1. حدد x و y بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.
2. حدد احداثيتي M منتصف القطعة $[AC]$.
3. حدد احداثيتي N بحيث تكون A منتصف $[BN]$.
4. أحسب المسافة AB.

تمرين 4

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر النقط التالية :

$A(-2;-2)$ و $B(3;0)$ و $C(-1;2)$

حدد احداثيتي المتجهات التالية :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ و $-5\overrightarrow{AB}$ و $2\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

تمرين 5

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر النقط التالية :

$A(-1;1)$ و $B(3;3)$ و $C(5;-1)$

1. أنشئ النقط A و B و C.
2. أحسب المسافات : AB و BC و AC.
3. بين أن المثلث ABC قائم الزاوية ومتساوي الساقين.

www.elmaths.com
www.fb.com/elmaths1
3AC

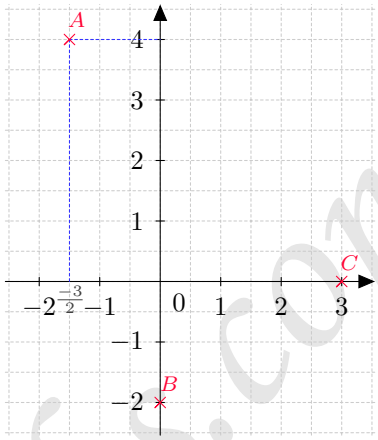
© 2021 www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تمارين مختارة للإستعداد الجيد للإمتحان الجهوي

www.elmaths.com

تمرين 1

1. لننشئ النقط : $A\left(\frac{-3}{2};4\right)$ و $B(0;-2)$ و $C(3;0)$



2. بما أن النقطة M تنتمي إلى محور الأفاصيل فإن أرتوبها يساوي 0 ومنه : $\boxed{y_M = 0}$.

3. بما أن النقطة M تنتمي إلى محور الأراتيب فإن أفصولها يساوي 0 ومنه : $\boxed{x_M = 0}$.

تمرين 2

$A(3;1)$ و $B(-5;2)$ و $C(0;4)$ و $D(-1;-2)$

لنحدد احداثيتي المتجهات التالية : $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CD}$

- لدينا : $\overrightarrow{AB}\,(x_B - x_A; y_B - y_A)$
  اذن : $\overrightarrow{AB}\,(-5-3; 2-1)$
  ومنه : $\boxed{\overrightarrow{AB}\,(-8;1)}$
- لدينا : $\overrightarrow{AC}\,(x_C - x_A; y_C - y_A)$
  اذن : $\overrightarrow{AC}\,(0-3; 4-1)$
  ومنه : $\boxed{\overrightarrow{AC}\,(-3;3)}$
- لدينا : $\overrightarrow{BC}\,(x_C - x_B; y_C - y_B)$
  اذن : $\overrightarrow{BC}\,(0-(-5); 4-2)$
  ومنه: $\boxed{\overrightarrow{BC}\,(5;2)}$
- لدينا : $\overrightarrow{CD}\,(x_D - x_C; y_D - y_C)$
  اذن : $\overrightarrow{CD}\,(-1-0; -2-4)$
  ومنه : $\boxed{\overrightarrow{CD}\,(-1;-6)}$

تمرين 3

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر النقط التالية :

$A(-1;-1)$ و $B(4;4)$ و $C(5;1)$ و $D(x;y)$

1. لدينا : $ABCD$ متوازي الأضلاع، اذن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
   ولدينا : $\overrightarrow{AB}\,(x_B - x_A; y_B - y_A)$،
   اذن $\overrightarrow{AB}\,(4-(-1); 4-(-1))$،
   ومنه : $\boxed{\overrightarrow{AB}\,(5;5)}$
   ولدينا : $\overrightarrow{DC}\,(x_C - x_D; y_C - y_D)$،
   اذن : $\boxed{\overrightarrow{DC}\,(5-x; 1-y)}$
   بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ فإن : $\begin{cases} 5 = 5 - x \\ 5 = 1 - y \end{cases}$
   اذن : $\boxed{x = 0}$ و $\boxed{y = -4}$

2. بما أن M منتصف القطعة $[AC]$، فإن :
$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$
$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-1+1}{2} = \frac{0}{2} = 0$$
   وبالتالي : $\boxed{M(2;0)}$

3. بما أن A منتصف القطعة $[BN]$،
   فإن : $\begin{cases} x_A = \dfrac{x_N + x_B}{2} \\ y_A = \dfrac{y_N + y_B}{2} \end{cases}$
   ومنه : $\begin{cases} 2x_A = x_N + x_B \\ 2y_A = y_N + y_B \end{cases}$
   ومنه : $\begin{cases} x_N = 2x_A - x_B \\ y_N = 2y_A - y_B \end{cases}$
   ومنه : $\begin{cases} x_N = 2 \times (-1) - 4 = -6 \\ y_N = 2 \times (-1) - 4 = -6 \end{cases}$
   ومنه : $\boxed{N(-6;-6)}$

4. لنحسب المسافة AB.
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
$$AB = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = \boxed{5\sqrt{2}}$$

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تمرين 4

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر النقط التالية :

$A(-2;-2)$ و $B(3;0)$ و $C(-1;2)$

لنحدد احداثيتي المتجهات التالية :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ و $-5\overrightarrow{AB}$ و $2\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

لدينا : $\overrightarrow{AB}\,(x_B-x_A;y_B-y_A)$

اذن : $\overrightarrow{AB}\,(3-(-2);0-(-2))$

ومنه : $\overrightarrow{AB}\,(5;2)$

لدينا : $\overrightarrow{AC}\,(x_C-x_A;y_C-y_A)$

اذن : $\overrightarrow{AC}\,(-1-(-2);2-(-2))$

ومنه : $\overrightarrow{AC}\,(1;4)$

لدينا : $\overrightarrow{BC}\,(x_C-x_B;y_C-y_B)$

اذن : $\overrightarrow{BC}\,(-1-3;2-0)$

ومنه : $\overrightarrow{BC}\,(-4;2)$

اذن : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}(5+1;2+4)$

ومنه: $\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}(6;6)}$

لدينا : $-5\overrightarrow{AB}(-5\times 5;-5\times 2)$

ومنه : $\boxed{-5\overrightarrow{AB}(-25;-10)}$

لدينا :

$$2\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}\left(2\times 5-\tfrac{3}{2}\times(-4);2\times 2-\tfrac{3}{2}\times 2\right)$$

ومنه : $\boxed{2\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}\,(16;1)}$

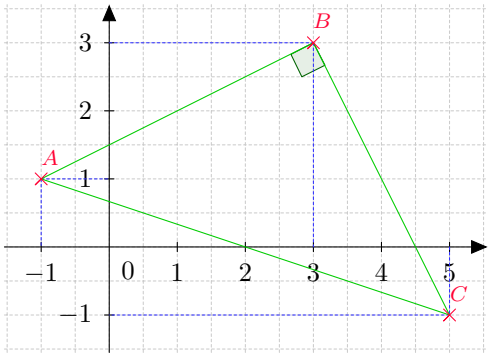
www.elmaths.com
www.fb.com/elmaths1
3AC

تمرين 5

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر النقط التالية :

$A(-1;1)$ و $B(3;3)$ و $C(5;-1)$

1 لننشئ النقط A و B و C.



2 لنحسب المسافات AB و BC و AC.

- $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$
  $=\sqrt{(3-(-1))^2+(3-1)^2}$
  $=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}$

  ومنه : $\boxed{AB=2\sqrt{5}}$

- $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$
  $=\sqrt{(5-3)^2+(-1-3)^2}$
  $=\sqrt{2^2+(-4)^2}=\sqrt{20}$

  ومنه : $\boxed{BC=2\sqrt{5}}$

- $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$
  $=\sqrt{(5-(-1))^2+(-1-1)^2}$
  $=\sqrt{6^2+(-2)^2}=\sqrt{40}$

  ومنه : $\boxed{AC=2\sqrt{10}}$

3 لنبين أن المثلث ABC قائم الزاوية ومتساوي الساقين.

لدينا : $\begin{cases} AB=\sqrt{20} \\ BC=\sqrt{20} \\ AC=\sqrt{40} \end{cases}$

ومنه : $\begin{cases} AB^2=\sqrt{20}^2=20 \\ BC^2=\sqrt{20}^2=20 \\ AC^2=\sqrt{40}=40 \end{cases}$

نلاحظ أن : $AB^2+AC^2=BC^2$

اذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في B.

وبما أن $AB=BC=\sqrt{20}$ فإن ABC مثلث متساوي الساقين في B.

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تمرين 1

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر المستقيم (D) الذي معادلته هي $(D):\ y=3x-1$

1. حدد المعامل الموجه والأرتوب عند الأصل للمستقيم (D).
2. هل النقطة $A(0;2)$ تنتمي للمستقيم (D)؟ علل جوابك.
3. هل النقطة $B(-1;-4)$ تنتمي للمستقيم (D)؟ علل جوابك.
4. حدد العدد a علما أن النقطة $M(a;3)$ تنتمي للمستقيم (D).
5. أنشئ المستقيم (D).

تمرين 2

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ أنشئ المستقيمن

$$(L):\ y=4x-3 \quad \text{و} \quad (\Delta):\ y=\frac{1}{2}x-5$$

تمرين 3

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر النقط التالية :

$$F(-1;5)\ ***\ E(2;-1)\ ***\ D(-1;-2)\ ***\ C(2;7)\ ***\ B(3;5)\ ***\ A(1;-1)$$

1. حدد المعادلة المختصرة لكل من المستقيمات التالية (AB) و (CD) و (EF)
2. ما هو الوضع النسبي للمستقيمين (AB) و (CD)؟ علل جوابك.
3. بين أن المستقيمين (AB) و (EF) متقاطعين.

تمرين 4

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر :

$$(L):\ y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2} \quad \text{و} \quad A(3;-1) \quad \text{و} \quad B(2;-5)$$

1. حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D) الموازي لـ (L) والمار من A.
2. حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) العمودي على (L) والمار B.

تمرين 5

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر النقط التالية :

$A(7;-1)$ و $B(3;-5)$ و $M(5;-3)$.

1. تحقق أن النقطة M منتصف القطعة $[AB]$.
2. حدد المعامل الموجه للمستقيم (AB).
3. حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) واسط القطعة $[AB]$.

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تمارين مختارة للإستعداد الجيد للإمتحان الجهوي

www.elmaths.com

تمرين 1

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر المستقيم (D) الذي معادلته هي : $(D):\ y=3x-1$

1. المعامل الموجه للمستقيم (D) هو 3 والأرتوب عند الأصل هو -1

2. لدينا : $3x_A-1=3\times 0-1=-1$ و $y_A=2$

اذن : $y_A\neq 3x_A-1$ ومنه : $\boxed{A\notin (D)}$

3. لدينا : $3x_B-1=3\times(-1)-1=-4$ و $y_B=-4$

ومنه : $y_B=3x_B-1$ ومنه : $\boxed{B\in (D)}$

4. بماأن $M\in (D)$ اذن : $y_M=3x_M-1$

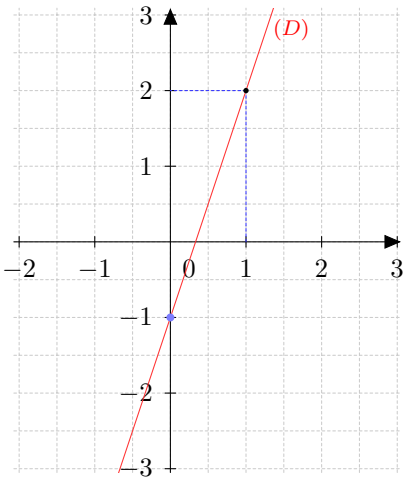
ومنه : $3=3a-1$ ومنه : $3+1=3a$ ومنه : $\boxed{a=\frac{4}{3}}$

5. من أجل : $x=0$ لدينا : $y=3\times 0-1=-1$

اذن : $\boxed{E(0;-1)\in (D)}$

من أجل : $x=1$ لدينا : $y=3\times 1-1=2$

ومنه : $\boxed{F(1;2)\in (D)}$



تمرين 2

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ لننشئ المستقيمين :

$(L):\ y=4x-3$ و $(\Delta):\ y=\frac{1}{2}x-5$

- من أجل : $x=2$ لدينا : $y=\frac{1}{2}\times 2-5=-4$ ومنه :

$\boxed{A(2;-4)\in (\Delta)}$

- من أجل : $x=4$ لدينا : $y=\frac{1}{2}\times 4-5=-3$ ومنه :

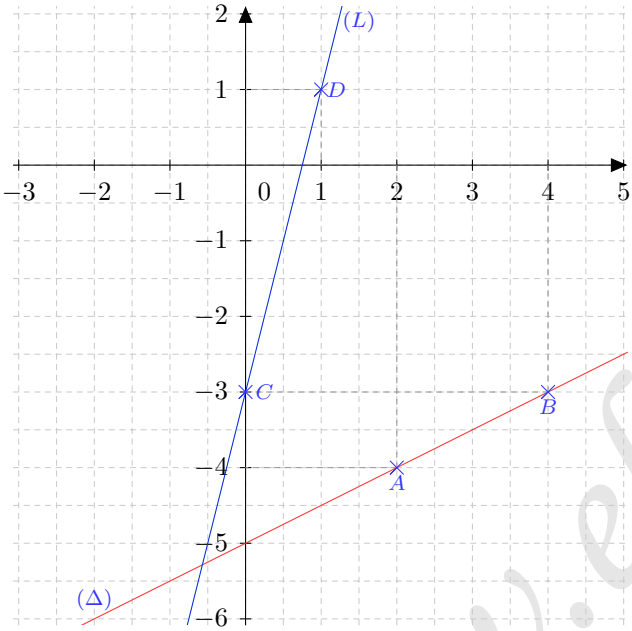
$\boxed{B(4;-3)\in (\Delta)}$

- من أجل : $x=0$ لدينا : $y=4\times 0-3=-3$ ومنه :

$\boxed{C(0;-3)\in (L)}$

- من أجل : $x=1$ ومنه : $y=4\times 1-3=1$ ومنه :

$\boxed{D(1;1)\in (L)}$



تمرين 3

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر النقط :

$A(1;-1)\ ;\ B(3;5)\ ;\ C(2;7)$
$D(-1;-2)\ ;\ E(2;-1)\ ;\ F(-1;5)$

1. لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيمات: (AB) و (CD) و (EF)

- المعامل الموجه للمستقيم (AB) هو :

$$m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{5-(-1)}{3-1}=\frac{6}{2}=3$$

الأرتوب عند الأصل للمستقيم (AB) هو :

$$p=y_A-mx_A=-1-3\times 1=-4$$

ومنه : $\boxed{(AB):\ y=3x-4}$

- المعامل الموجه للمستقيم (CD) هو :

$$m'=\frac{y_C-y_D}{x_C-x_D}=\frac{7-(-2)}{2-(-1)}=\frac{9}{3}=3$$

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

الأرتوب عند الأصل للمستقيم (CD) هو :

$$p' = y_C - m'x_C = 7 - 3 \times 2 = 1$$

ومنه : $\boxed{(CD):\ \ y = 3x + 1}$

- المعامل الموجه للمستقيم (EF) هو :

$$m'' = \frac{y_E - y_F}{x_E - x_F} = \frac{-1-5}{2-(-1)} = \frac{-6}{3} = -2$$

الأرتوب عند الأصل للمستقيم (EF) هو :

$$p'' = y_E - m''x_E = -1 - (-2) \times 2 = 3$$

$$\boxed{(EF):\ \ y = -2x + 3}$$

2 المستقيمين (AB) و (CD) لهما نفس الميل 3

ومنه : $\boxed{(AB) \parallel (CD)}$

3 المستقيمين (AB) و (EF) ليس لهما نفس الميل، اذن فهما غير متوازيين، يعني أن (AB) و (EF) متقاطعين.

تمرين 4

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعطي :

$$B(2;-5) \text{ و } A(3;-1) \text{ و } (L):\ \ y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

1 **لنحدد المعامل الموجه للمستقيم (D) :**

بما أن : $(D) \parallel (L)$ اذن : $m_{(D)} = m_{(L)}$

ومنه : $\boxed{m_{(D)} = -\frac{1}{2}}$

لنحدد الأرتوب عند الأصل للمستقيم (D) :

بما أن : $A \in (D)$ فإن : $y_A = m_{(D)}x_A + p$ ومنه :

$$p = y_A - m_{(D)}x_A$$
$$p = -1 - \frac{-1}{2} \times 3$$
$$p = \frac{-2}{2} + \frac{3}{2}$$
$$p = \boxed{\frac{1}{2}}$$

ومنه : $\boxed{(D):\ \ y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}}$

2 **لنحدد ميل المستقيم (Δ) :**

بماأن : $(D) \perp (L)$ فإن : $m_{(L)} \times m_{(\Delta)} = -1$

ومنه : $-\frac{1}{2} \times m_{(\Delta)} = -1$

ومنه : $\boxed{m_{(\Delta)} = -1 \times (-2) = 2}$

لنحدد الأرتوب عند الأصل للمستقيم (Δ) :

بما أن : $B \in (\Delta)$ فإن : $y_B = 2x_B + p'$ ومنه :

$$p' = y_B - 2x_B$$
$$p' = -5 - 2 \times 2$$
$$p' = \boxed{-9}$$

ومنه : $\boxed{(\Delta):\ \ y = 2x - 9}$

تمرين 5

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ نعتبر النقط :

$$M(5;-3) \text{ و } B(3;-5) \text{ و } A(7;-1)$$

1 لدينا : $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{7+3}{2} = \frac{10}{2} = 5$

لدينا : $\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+(-5)}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

ومنه : $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ و $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

وبالتالي M منتصف القطعة $[AB]$.

2 ميل المستقيم (AB) هو :

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-1-(-5)}{7-3} = \frac{4}{4} = \boxed{1}$$

3 بما أن (Δ) واسط القطعة $[AB]$

فإن : $(\Delta) \perp (AB)$ و $M \in (\Delta)$.

بما أن : $(\Delta) \perp (AB)$ فإن : $m' \times m = -1$

ومنه : $m' \times 1 = -1$ ومنه : $\boxed{m' = -1}$

بما أن : $M \in (\Delta)$ فإن : $p' = y_M - m'x_M$

ومنه : $p' = -3 - (-1) \times 5 = \boxed{2}$

ومنه : $\boxed{(\Delta):\ \ y = -x + 2}$

www.elmaths.com
www.fb.com/elmaths1
3AC

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تمرين 1

نعتبر النظمة التالية : $\begin{cases} 2x+3y=16 \\ 5x-2y=21 \end{cases}$

1. هل الزوج $(2;4)$ حل للنظمة؟
2. هل الزوج $(5;2)$ حل للنظمة؟

تمرين 2

حل النظمات التالية باستعمال طريقة التعويض :

1. $\begin{cases} 3x+y=-3 \\ 2x-4y=-16 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 4x-5y=0 \\ 5x-4y=9 \end{cases}$
3. $\begin{cases} \dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{4} \\ x-y=-\dfrac{2}{3} \end{cases}$
4. $\begin{cases} x+\sqrt{2}y=3 \\ -\sqrt{2}x+y=-\sqrt{2} \end{cases}$

تمرين 3

حل النظمات التالية باستعمال طريقة التالفية الخطية :

1. $\begin{cases} 4x-5y=-6 \\ 3x+2y=7 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 3x+y=2 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ x+2y=0 \end{cases}$
4. $\begin{cases} -5x-7y=-4 \\ 5x+3y=10 \end{cases}$

تمرين 4

حل مبيانيا النظمات التالية :

1. $\begin{cases} -7x+y=4 \\ 6x-3y=3 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x-2y=-8 \\ 3x+2y=0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 4x-2y=3 \\ 2x-y=1 \end{cases}$
4. $\begin{cases} 2x+y-5=0 \\ 8x+4y+4=12 \end{cases}$

تمرين 5

أوجد عددين حقيقيين مجموعهما يساوي 297 وفرقهما يساوي 49.

تمرين 6

في شركة تضم 250 موظفًا، يمثل عدد الرجال أربعة أضعاف عدد النساء.
احسب عدد الرجال وعدد النساء في هذه الشركة.

© 2021 🌐: www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تمارين مختارة للإستعداد الجيد للإمتحان الجهوي

www.elmaths.com

تمرين 1

نعتبر النظمة التالية : $\begin{cases} 2x+3y=16 \\ 5x-2y=21 \end{cases}$

1 لدينا : $\begin{cases} 2\times 2+3\times 4=16 \\ 5\times 2-2\times 4=12\neq 21 \end{cases}$

ومنه الزوج $(2;4)$ **ليس حلا للنظمة.**

2 لدينا : $\begin{cases} 2\times 5+3\times 2=16 \\ 5\times 5-2\times 2=21 \end{cases}$

ومنه الزوج $(5;2)$ **حل للنظمة.**

تمرين 2

1 لدينا : $\begin{cases} 3x+y=-3 & (1) \\ 2x-4y=-16 & (2) \end{cases}$

نكتب y بدلالة x في المعادلة الأولى، فنجد : $y=-3x-3$

نعوض y في المعادلة الثانية،

فنجد : $2x-4(-3x-3)=-16$.

اذن : $2x+12x+12=-16$

اذن : $14x=-16-12$

اذن : $14x=-28$

اذن : $x=\dfrac{-28}{14}=\boxed{-2}$

نعوض x بـ -2، فجد :

$$y=-3x-3=-3\times(-2)-3=\boxed{3}$$

ومنه حل النظمة هو الزوج $(-2;3)$.

2 لدينا : $\begin{cases} 4x-5y=0 & (1) \\ 5x-4y=9 & (2) \end{cases}$

نكتب x بدلالة y في المعادلة الأولى فنجد : $x=\dfrac{5}{4}y$

نعوض x في المعادلة الثانية فنجد : $5\times\dfrac{5}{4}y-4y=9$.

اذن : $\dfrac{9}{4}y=9$

اذن : $y=9\times\dfrac{4}{9}=\boxed{4}$

نعوض y بـ 4 فنجد :

$$x=\frac{5}{4}y=\frac{5}{4}\times 4=\boxed{5}$$

ومنه حل النظمة هو الزوج $(5;4)$.

3 لدينا : $\begin{cases} \dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{4} & (1) \\ x-y=-\dfrac{2}{3} & (2) \end{cases}$

نعوض x بدلالة y في المعادلة الأولى فنجد : $x=\dfrac{3}{4}y$

نعوض x في المعادلة الثانية فنجد :

$$\frac{3}{4}y-y=-\frac{2}{3}$$

اذن : $\dfrac{-1}{4}y=-\dfrac{2}{3}$

اذن : $y=-\dfrac{2}{3}\times\dfrac{-4}{1}=\boxed{\dfrac{8}{3}}$

نعوض y بـ $\dfrac{8}{3}$ فنجد :

$$x=\frac{3}{4}y=\frac{3}{4}\times\frac{8}{3}=\boxed{2}$$

ومنه حل النظمة هو الزوج $\left(2;\dfrac{8}{3}\right)$.

4 لدينا : $\begin{cases} x+\sqrt{2}y=3 & (1) \\ -\sqrt{2}x+y=-\sqrt{2} & (2) \end{cases}$

نكتب x بدلالة y في المعادلة الأولى فنجد :

$$x=3-\sqrt{2}y$$

نعوض x في المعادلة الثانية فنجد :

$$-\sqrt{2}(3-\sqrt{2}y)+y=-\sqrt{2}$$

اذن : $-3\sqrt{2}+2y+y=-\sqrt{2}$

اذن : $3y=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

اذن : $y=\boxed{\dfrac{2\sqrt{2}}{3}}$

نعوض y بـ $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ فنجد :

$$x=-2\sqrt{2}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}+3=\boxed{\frac{5}{3}}$$

ومنه حل النظمة هو الزوج $\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)$.

© 2021 www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تمرين 3

1 لدينا : $\begin{cases} 4x-5y=-6 & (1) \\ 3x+2y=7 & (2) \end{cases}$

نضرب طرفي المعادلة الأولى في 2 وطرفي المعادلة الثانية في 5 فنجد :

$$\begin{cases} 8x-10y=-12 \\ 15x+10y=35 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين المحصل عليهما طرفا بطرف فنجد :

$$8x-10y+15x+10y=-12+35$$

اذن : $23x=23$

اذن : $x=\frac{23}{23}=\boxed{1}$

نضرب طرفي المعادلة الأولى في -3 وطرفي المعادلة الثانية في 4 فنجد :

$$\begin{cases} -12x+15y=18 \\ 12x+8y=28 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين المحصل عليهما طرفا بطرف فنجد :

$$15y+8y=18+28$$

اذن : $23y=46$

اذن : $y=\frac{46}{23}=\boxed{2}$

ومنه حل النظمة هو الزوج $(1;2)$.

2 لدينا : $\begin{cases} 3x+y=2 & (1) \\ 3x+2y=5 & (2) \end{cases}$

نضرب طرفي المعادلة الأولى في -2 فنجد :

$$\begin{cases} -6x-2y=-4 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين المحصل عليهما طرفا بطرف فنجد :

$$-6x+3x=-4+5$$

اذن : $-3x=1$

اذن : $x=\boxed{\frac{-1}{3}}$

نضرب طرفي المعادلة الأولى في -1 فنجد :

$$\begin{cases} -3x-y=-2 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين المحصل عليهما طرفا بطرف فنجد :

$$-y+2y=-2+5$$

اذن : $\boxed{y=3}$

ومنه حل النظمة هو الزوج $\left(-\frac{1}{3};3\right)$.

3 لدينا : $\begin{cases} 3x-2y=4 & (1) \\ x+2y=0 & (2) \end{cases}$

نجمع المعادلتين طرفا بطرف فنجد :

$$3x+x=4+0$$

اذن : $4x=4$

اذن : $\boxed{x=\frac{4}{4}=1}$

نضرب طرفي المعادلة الثانية في -3 فنجد :

$$\begin{cases} 3x-2y=4 \\ -3x-6y=0 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين المحصل عليهما طرفا بطرف فنجد :

$$-2y-6y=4+0$$

اذن : $-8y=4$

اذن : $\boxed{y=\frac{4}{-8}=\frac{-1}{2}}$

ومنه حل النظمة هو الزوج $\left(1;-\frac{1}{2}\right)$.

4 لدينا : $\begin{cases} -5x-7y=-4 & (1) \\ 5x+3y=10 & (2) \end{cases}$

نجمع المعادلتين طرفا بطرف فنجد :

$$-7y+3y=-4+10$$

اذن : $-4y=6$

اذن : $\boxed{y=\frac{6}{-4}=\frac{-3}{2}}$

نضرب طرفي المعادلة الأولى في 3 وطرفي المعادلة الثانية في 7 فنجد :

$$\begin{cases} -15x-21y=-12 \\ 35x+21y=70 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين المحصل عليهما طرفا بطرف فنجد :

$$-15x+35x=-12+70$$

اذن : $20x=58$

اذن : $\boxed{x=\frac{58}{20}=\frac{29}{10}}$

ومنه حل النظمة هو الزوج $\left(\frac{29}{10};-\frac{1}{3}\right)$

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

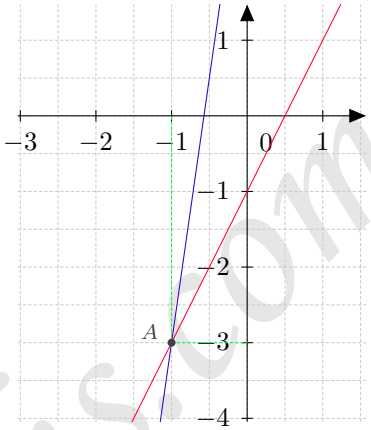
www.elmaths.com

تمرين 4

1 النظمة : $\begin{cases} -7x+y=4 \\ 6x-3y=3 \end{cases}$ تصبح : $\begin{cases} y=7x+4 \\ y=2x-1 \end{cases}$

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين بحيث : $\begin{cases} (D): \quad y=7x+4 \\ (\Delta): \quad y=2x-1 \end{cases}$

نلاحظ أن المستقيمين (D) و (Δ) ليس لهما نفس الميل.
يعني أن (D) و (Δ) متقاطعين في نقطة وحيدة.
لتكن $A(x_A;y_A)$ نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ)



هندسيا، لدينا : $A(-1;-3)$

ومنه حل النظمة هو الزوج $(-1;-3)$.

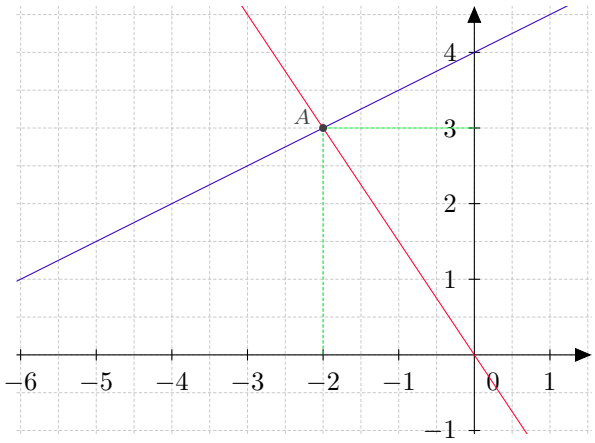
2 النظمة :

$\begin{cases} x-2y=-8 \\ 3x+2y=0 \end{cases}$ تصبح : $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+4 \\ y=-\frac{3}{2}x \end{cases}$

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين بحيث :

$$\begin{cases} (D): \quad y=\frac{1}{2}x+4 \\ (\Delta): \quad y=-\frac{3}{2}x \end{cases}$$

نلاحظ أن المستقيمين (D) و (Δ) ليس لهما نفس الميل.
يعني أن (D) و (Δ) متقاطعين في نقطة وحيدة.
لتكن $A(x_A;y_A)$ نقطة تقاطعهما (D) و (Δ)



هندسيا لدينا : $A(-2;3)$ ومنه حل النظمة هو الزوج $(-2;3)$.

3 النظمة : $\begin{cases} 4x-2y=3 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ تصبح : $\begin{cases} y=-2x-\frac{3}{2} \\ y=-2x+1 \end{cases}$

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين بحيث :

$$\begin{cases} (D): \quad y=-2x-\frac{3}{2} \\ (\Delta): \quad y=-2x+1 \end{cases}$$

نلاحظ أن (D) و (Δ) لهما نفس الميل وليس لهما نفس المعادلة.
اذن (D) و (Δ) متوازيان قطعا.
وبالتالي النظمة ليس لها حل

4 النظمة : $\begin{cases} 2x+y-5=0 \\ 8x+4y+4=12 \end{cases}$ تصبح : $\begin{cases} y=-2x+5 \\ y=-2x+2 \end{cases}$

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين بحيث :

$$\begin{cases} (D): \quad y=-2x+5 \\ (\Delta): \quad y=-2x+2 \end{cases}$$

نلاحظ أن المستقيمين (D) و (Δ) لهما نفس الميل وليس لهما نفس المعادلة.
اذن (D) و (Δ) متوازيان قطعا. ومنه النظمة **ليس لها حل.**

تمرين 5

1. اختيار المجهولين .
ليكن x العدد الأول و y العدد الثاني.

2. صياغة النظمة.
لدينا : $x+y=297$ و $x-y=49$
ومنه نحصل على النظمة التالية : $\begin{cases} x+y=297 \\ x-y=49 \end{cases}$

3. حل النظمة .
لدينا : $\begin{cases} x+y=297 \\ x-y=49 \end{cases}$

نجمع المعادلتين طرفا بطرف فنجد : $x+x=297+49$

اذن : $2x=346$

اذن : $\boxed{x=\frac{346}{2}=173}$

نعوض x بـ 173 في المعادلة $x+y=297$ فنجد : $173+y=297$
اذن : $y=297-173$
اذن : $\boxed{y=124}$

4. التحقق من الحل والعودة الى المسألة.
لدينا : $\begin{cases} 173+124=297 \\ 173-124=49 \end{cases}$

وبالتالي العددين هما 173 و 124.

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

تمرين 6

1. اختيار المجهولين.

ليكن x عدد الرجال و y عدد النساء.

2. صياغة النظمة.

لدينا : $x + y = 250$ و $x = 4y$

ومنه نحصل على النظمة التالية : $\begin{cases} x + y = 250 \\ x = 4y \end{cases}$

3. حل النظمة.

لدينا : $\begin{cases} x + y = 250 \\ x = 4y \end{cases}$

نعوض x بـ $4y$ في المعادلة الأولى فنحصل على : $4y + y = 250$

اذن : $5y = 250$

اذن : $\boxed{y = \frac{250}{5} = 50}$

نعوض y بـ 50 في المعادلة الثانية فنجد:

$$\boxed{x = 4y = 4 \times 50 = 200}$$

4. التحقق من الحل والعودة إلى المسألة.

لدينا : $\begin{cases} 200 + 50 = 250 \\ 200 = 4 \times 50 \end{cases}$

ومنه عدد الرجال هو 200 وعدد النساء هو 50

www.elmaths.com
www.fb.com/elmaths1
3AC

© 2021 : www.elmaths.com f: @elmaths1 Mathématiques : 3ème année collège

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

تمارين

الدالة الخطية و الدالة التآلفية

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

تمرين ①:

1) – f دالة خطية بحيث : $f(x)=\frac{2}{3}x$.

أ) -- أحسب : $f(3)$ و $f(-1)$.

ب) -- حدد العدد الذي صورته $\frac{1}{5}$ بالدالة f .

ج) -- نعتبر (Δ) التمثيل المبياني للدالة f .

أثبت أن (Δ) يمر من النقطة $A(6;4)$.

2) – لتكن g دالة تآلفية معرفة كما يلي : $g(x)=x+2$.

أ) -- حدد صورة كل من 5 و $-\frac{1}{2}$ بالدالة g .

ب) -- حدد العدد الذي صورته -7 بالدالة g .

ج) -- نعتبر (D) التمثيل المبياني للدالة g . تحقق من أن : $B(-5;-3)\in(D)$.

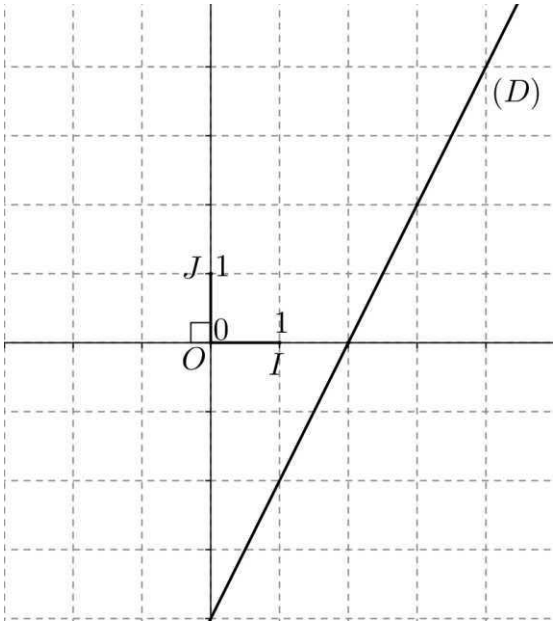
3) – أ) -- أنشئ (D) و (Δ) في نفس المعلم المتعامد الممنظم $(O;I;J)$.

ب) -- حدد مبانيا ثم جبريا إحداثيتي E نقطة تقاطع (D) و (Δ).

تمرين ②:

نعتبر (D) التمثيل المبياني لدالة تآلفية f .

(أنظر الشكل جانبه)



1) – أثبت أن : $f(x)=2x-4$.

2) – حل جبريا المتراجحة : $f(x)\geq 2$.

3) – حل مبيانيا المتراجحة : $f(x)\geq 2$.

❀ تمرين ③ :

1) – نعتبر f دالة تألفية بحيث : $f(x)=-3x+2$.

أ) -- أحسب : $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ و $f(0)$.

ب) -- حدد العدد الحقيقي a إذا علمت أن : $f(3a)+4a=f(a-2)$.

2) – لتكن g دالة بحيث : $g(x)=f(2x-1)-5$.

بين أن g دالة خطية محددا معاملها.

❀ تمرين ④ :

1) – f دالة خطية بحيث تمثيلها المبياني (Δ) يمر من النقطة $A(1;-2)$.

أ) -- بين أن : $f(x)=-2x$.

ب) -- أثبت أن : $f(3)+f(x) = f(3+x)$.

ج) -- أثبت أن : $f\left(\sqrt{2}\,x\right) = \sqrt{2}f(x)$.

2) – نعتبر g دالة تألفية بحيث : معاملها هو 2 و $g(-1)=2$.

أ) -- بدون تحديد $g(x)$ ، أحسب : $g(4)-g(2)$.

ب) -- عبر عن $g(x)$ بدلالة x .

ج) -- نعتبر (D) التمثيل المبياني للدالة g . حدد إحداثيتي E تقاطع (D) و محور الأفاصيل.

د) -- حدد العدد الحقيقي k ، علما أن : $F(-k;5+k)\in(D)$.

3) – أنشئ (D) و (Δ) في نفس المعلم المتعامد الممنظم $(O;I;J)$.

4) – أ) -- حدد حبريا حل المعادلة : $f(x)=g(x)$.

ب) -- حدد مبيانيا حل المعادلة : $f(x)=g(x)$.

❀ تمرين ⑤ :

f دالة تألفية بحيث تمثيلها المبياني (D) يمر من النقطتين : $A(4;3)$ و $B(2;4)$

و g دالة خطية تمثيلها المبياني (Δ) و معرفة كما يلي : $g(x)=2x$.

1) – حدد معامل الدالة f .

2) – استنتج أن : $f(x)=-\frac{1}{2}x+5$.

3) – حدد العدد الحقيقي a بحيث : $E\left(\frac{5}{2}a\ ;\ 4\right)\in(\Delta)$.

4) – حدد جبريا إحداثيتي F تقاطع (D) و محور الأراتيب.

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
www.nacermaths.com
الأستاذ : نـــــاصر ب.

حلول التمارين

الدالة الخطية و الدالة التآلفية

المستـــــوى : الثالثة ثانوي إعـــدادي

تمرين ①:

1) –أ) -- حساب : $f(3)$ و $f(-1)$:

لدينا : $f(3)=\frac{2}{3}\times 3=2$ و $f(-1)=\frac{2}{3}\times(-1)=\frac{-2}{3}$.

ب) -- لنحدد العدد الذي صورته $\frac{1}{5}$ بالدالة f .

لدينا $f(x)=\frac{1}{5}$ يعني أن : $\frac{2}{3}x=\frac{1}{5}$ و منه فإن : $10x=3$ و بالتالي فأن : $x=\frac{10}{3}$

إذن : العدد الذي صورته $\frac{1}{5}$ بالدالة f هو $\frac{10}{3}$.

ج) -- لنثبت أن (Δ) يمر من $A(6;4)$:

لدينا : $f(x_A)=\frac{2}{3}\times x_A=\frac{2}{3}\times 6=\frac{12}{3}=4$

و بما أن $y_A=4$ فإن : $f(x_A)=y_A$ و بالتالي فإن : $A(6;4)\in(\Delta)$ أي أن (Δ) يمر من النقطة $A(6;4)$.

2) –أ) -- لنحدد صورة 5 و $\frac{-1}{2}$ بالدالة g .

لدينا : $g(5)=5+2=7$ ، إذن : $\boxed{g(5)=7}$.

و لدينا : $g\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{-1}{2}+2=\frac{-1+4}{2}=\frac{3}{2}$ ، إذن : $\boxed{g\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{3}{2}}$.

ب) -- لنحدد العدد الذي صورته -7 بالدالة g .

لدينا : $g(x)=-7$ يعني أن : $x+2=-7$ ، و منه فإن : $x=-7-2$ أي : $\boxed{x=-9}$

إذن العدد الذي صورته -7 بالدالة g هو -9 .

ج) -- لنتحقق من أن : $B(-5;-3)$ تنتمي إلى (D) التمثيل المبياني للدالة g .

لدينا : $f(-5)=-5+2$ ، و منه فإن : $f(-5)=-3$.

و بما أن : $B(-5;-3)$ فإن : $B(-5;-3)\in(D)$.

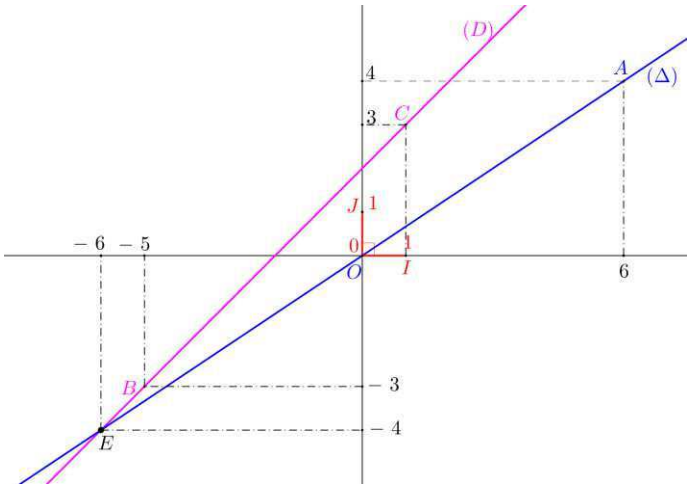
3) –أ) -- لننشئ (D) و (Δ) في نفس المعلم $(O;I;J)$.

نعتبر الجدولين الآتيين :

x	-5	1
$g(x)$		
$M(x;f(x))$	$E(-5;-3)$	$F(1;3)$

x	6
$g(x)$	4
$M(x;f(x))$	$A(6;4)$

إذن : $(D)=(BC)$ و $(\Delta)=(OA)$ ل



ب) -- لنحدد مبيانيا إحداثيتي E تقاطع (D) و (Δ).

لدينا من خلال الشكل : $E(-6;-4)$.

ج) -- لنحدد جبريا إحداثيتي E

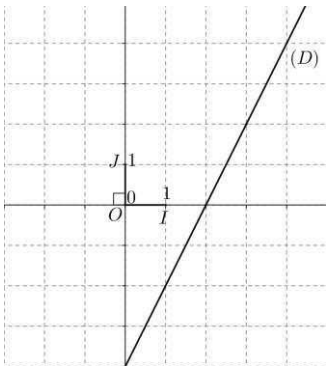
لدينا : E تقاطع (D) و (Δ) يعني أن : $f(x_E)=g(x_E)$.

و منه فإن : $\frac{2}{3}x_E=x_E+2$ تكافئ على التوالي : $\frac{2}{3}x_E=\frac{3x_E+6}{3}$

$$2x_E=3x_E+6$$
$$2x_E-3x_E=6$$
$$-x_E=6$$
$$x_E=-6$$

و منه فإن : $g(-6)=-6+2=-4$. و بالتالي فإن : $E(-6;-4)$.

تمرين ②:



1) – لنثبت أن : $f(x)=2x-4$.

لدينا من خلال الشكل : و $\begin{cases} f(3)=2 \\ f(1)=-2 \end{cases}$

و بما أن f دالة تألفية فإن $f(x)$ على شكل : $f(x)=ax+b$.

*/ لنحدد a :

لدينا : $a=\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{2+2}{2}=\frac{4}{2}=2$.

إذن : $f(x)=2x+b$.

*/ لنحدد b :

لدينا : $\begin{cases} f(3)=2\times3+b \\ f(3)=2 \end{cases}$ و منه فإن : $2\times3+b=2$ ، أي : $6+b=2$.

إذن : $b=2-6$ أي : $b=-4$

و بالتالي فإن : $\boxed{f(x)=2x-4}$.

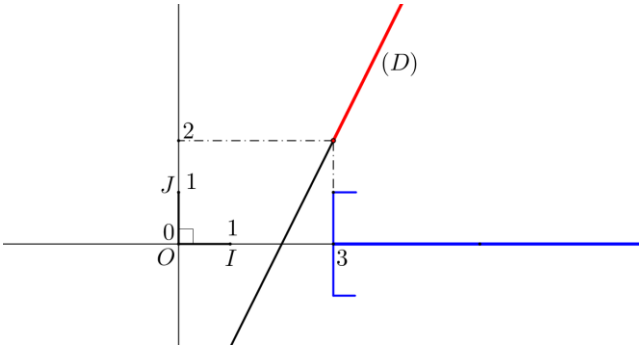
2) – لنحل جبريا المتراجحة : $f(x)\geq 2$.

لدينا : $f(x)\geq 2$ تكافئ على التوالي : $2x-4\geq 2$

$$2x\geq 2+4$$
$$2x\geq 6$$
$$x\geq \frac{6}{2}$$
$$x\geq 3$$

إذن : جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 3 حلول هذه المتراجحة.

3) – لنحل مبيانيا المتراجحة : $f(x)\geq 2$. (أنظر الشكل).



أفاصيل النقط التي تنتمي إلى الجزء الملون بالأحمر من المستقيم (D) هي حلول هذه المتراجحة.

و هي الملونة باللون الأزرق

تمرين ③ :

1) – أ) -- حساب : $f\left(\frac{-2}{3}\right)$ و $f(0)$:

لدينا : $\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{-2}{3}\right)=-\cancel{3}\times\frac{-2}{\cancel{3}}+2 = 2+2=4 \\ f(0)=-3\times 0+2=0+2=2 \end{array}\right\}$ و

إذن : $\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{-2}{3}\right)=4 \\ f(0) = 2 \end{array}\right\}$ و .

ب) -- لنحدد العدد a :

لدينا : $f(3a)+4a=f(a-2)$ يعني أن : $-3\times 3a+2+4a=-3(a-2)$

أي : $-9a+4a=-3a+6$ و منه فإن : $-9a+4a+3a=6$

$$-2a=6$$
$$a=\frac{6}{-2}$$
$$\boxed{a=-3}$$

2) – لنبين أن g دالة خطية :

لدينا : $g(x)=f(2x-1)-5$ يعني أن : $g(x)=-3(2x-1)+2-5$

$g(x)=-6x+3+2-5$

$\boxed{g(x)=-6x}$

و بالتالي فإن : g دالة خطية معاملها هو -6.

تمرين ④ :

1) – أ) -- لنبين أن : $f(x)=-2x$.

لدينا : f دالة خطية. إذن $f(x)$ على شكل : $f(x)=ax$.

*/ لنحدد a :

لدينا : $a=\dfrac{f(x)}{x}$ و $x\neq 0$.

و بما أن : النقطة $A(1;-2)$ تنتمي إلى التمثيل المبياني للدالة f فإن : $f(1)=-2$.

و منه فإن : $a=\dfrac{f(1)}{1}=\dfrac{-2}{1}=-2$. و بالتالي فإن : $\boxed{f(x)=-2x}$.

ب) -- لنثبت أن : $f(3)+f(x)=f(3+x)$.

لدينا : $\left.\begin{array}{l} f(3)=-2\times 3 \\ f(x)=-2\times x \end{array}\right\}$ و إذن : $f(3)+f(x)=-2\times 3+(-2)\times x$ ، (نعمل بـ -2)

و منه فإن : $f(3)+f(x)=-2(3+x)$

و بما أن : $f(3+x)=-2(3+x)$ فإن : $\boxed{f(3)+f(x)=f(3+x)}$.

ج) -- لنثبت أن : $f(\sqrt{2}\,x)=\sqrt{2}\,f(x)$.

لدينا : $f(\sqrt{2}\,x)=-2\sqrt{2}\,x$

$=\sqrt{2}\times(-2x)$

و بما أن : $f(x)=-2x$ فإن : $\boxed{f(\sqrt{2}\,x)=\sqrt{2}\,f(x)}$.

2) – أ) -- لنحسب : $g(4)-g(2)$.

لدينا g دالة تآلفية معاملها 2 .

إذن : $\dfrac{g(x)-g(x')}{x-x'}=2$ و $x\neq x'$.

و منه فإن : $\dfrac{g(4)-g(2)}{4-2}=2$ يعني أن : $\dfrac{g(4)-g(2)}{2}=2$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{g(4)-g(2)=4}$.

ب) -- لنعبر عن $g(x)$ بدلالة x :

لدينا g دالة تألفية معاملها 2 .

إذن : $g(x)$ على شكـل : $g(x)=2x+b$.

*/ لنحدد b :

لدينا : $\begin{cases} g(-1)=2\times1+b \\ g(-1)=2 \end{cases}$ ،

إذن : $2\times1+b=2$ ، أي : $-2+b=2$ و منه فإن : $b=2+2=4$.

و بالتالي فإن : $\boxed{g(x)=2x+4}$.

ج) -- لنحدد إحداثيتي E :

لدينا E تقاطع المستقيم (D) و محور الأفاصيل يعني أن : $\begin{cases} E\in(D) \\ E\in(OI) \end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases} E(x_E\,;g(x_E)) \\ g(x_E)=0 \end{cases}$ و

إذن : $\begin{cases} E(x_E\,;0) \\ g(x_E)=0 \end{cases}$ و

$g(x_E)=0$ يعني أن : $2x_E+5=0$

$2x_E=-5$

$x_E=\dfrac{-5}{2}$

و بالتالي فإن : $\boxed{E\left(\dfrac{-5}{2}\,;0\right)}$.

د) -- لنحدد k :

لدينا : $F(-k\,;5+k)\in(D)$ بحيث : (D) التمثيل المبياني للدالة g .

إذن : $g(-k)=5+k$ ، أي : $2\times(-k)+4=5+k$

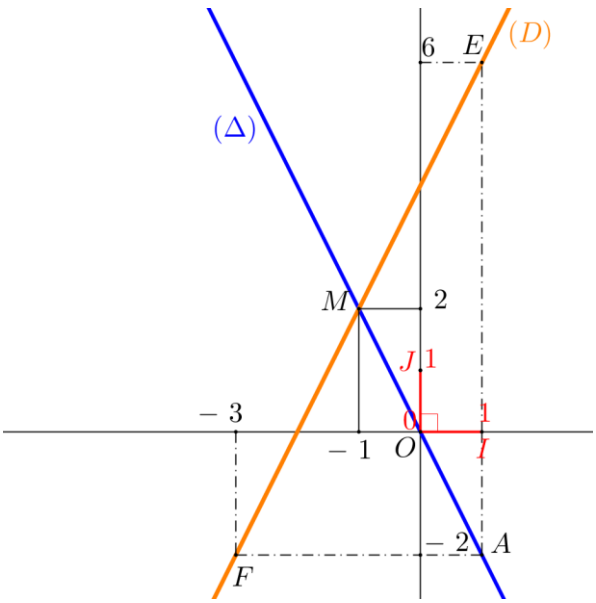
$-2k-k=5-4$

$-3k=1$

$k=\dfrac{-1}{3}$

و بالتالي فإن : $\boxed{k=\dfrac{-1}{3}}$.

3) – إنشاء (D) و (Δ) في نفس المعلم : (الشكل جانبه) .



x	1
$f(x)$	-2
$M(x;f(x))$	$A(1;-2)$

x	1	-3
$g(x)$	6	-2
$M(x;g(x))$	$E(1;6)$	$F(-3;-2)$

لدينا إذن : $(\Delta)=(OA)$ و $(D)=(EF)$.

4) – أ) -- لنحل جبريا المعادلة : $f(x)=g(x)$.

$f(x)=g(x)$ تكافئ على التوالي : $-2x=2x+4$

$$-2x-2x=4$$

$$-4x=4$$

$$x=\frac{4}{-4}$$

$$x=-1$$

إذن حل هذه المعادلة هو : -1 .

ب) -- لنحل مبيانيا المعادلة : $f(x)=g(x)$.

الحل المبياني لهذه المعادلة هو أفصول نقطة تقاطع (D) و (Δ) .

لتكن M تقاطع (D) و (Δ) .

لدينا من خلال الشكل : $M(-1;2)$.

إذن : -1 هو حل هذه المعادلة.

❀ تمرين ⑤ :

1) – لنحدد معامل f :

لدينا f دالة تألفية يعني أن : $m=\dfrac{f(x')-f(x)}{x'-x}$ و $x'\neq x$.

و بما أن : $\left.\begin{array}{l}A(4;3)\in(D)\\B(2;4)\in(D)\end{array}\right\}$ و بحيث (D) هو التمثيل المبياني للدالة f فإن : $\left.\begin{array}{l}f(4)=3\\f(2)=4\end{array}\right\}$.

و منه فإن : $m=\dfrac{f(4)-f(2)}{4-2}=\dfrac{3-4}{2}=\dfrac{-1}{2}$ و بالتالي فإن معامل f هو : $\dfrac{-1}{2}$.

2) – لنستنتج أن : $f(x)=\frac{-1}{2}x+5$.

لدينا f دالة تألفية معاملها $\frac{-1}{2}$.

إذن : $f(x)=\frac{-1}{2}x+b$.

*/ لنحدد b :

لدينا : و $\left.\begin{array}{l} f(4)=3 \\ f(4)=\frac{-1}{2}\times 4+b \end{array}\right\}$ يعني أن : $\frac{-1}{2}\times 4+b=3$

$-2+b=3$

$b=3+2$

$b=5$

و بالتالي فإن : $\boxed{f(x)=\frac{-1}{2}x+5}$.

3) – لنحدد العدد الحقيقي a :

لدينا : $E\left(\frac{5}{2}a\,;4\right)\in(\Delta)$ بحيث : (Δ) التمثيل المبياني للدالة g و $g(x)=2x$.

إذن : $\left.\begin{array}{l} g\left(\frac{5}{2}a\right)=4 \\ g\left(\frac{5}{2}a\right)=2\times\frac{5}{2}a \end{array}\right\}$ يعني أن : $2\times\frac{5}{2}a=4$

$5a=4$

إذن : $\boxed{a=\frac{4}{5}}$

4) – لنحدد جبريا إحداثيتي F :

لدينا : F تقاطع (D) و محور الأراتيب يعني أن : و $\left.\begin{array}{l} F\in(D) \\ F\in(OJ) \end{array}\right\}$ ، و منه فإن : و $\left.\begin{array}{l} F(x_F\,;f(x_F)) \\ x_F=0 \end{array}\right\}$.

إذن : $F(0\,;f(0))$.

و بما أن : $f(0)=\frac{-1}{2}\times 0+5=0+5=5$ فإن : $\boxed{F(0\,;5)}$

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

موقع الرياضيات بالثانوي الإعدادي
www.anissmaths.net

تمارين

الإحصاء

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

تمرين ①:

يعطينا الجدول الآتي نتائج فرض محروس لقسم معين :

النقطة	6	8	9	10	11	12	13	16	17
عدد التلاميذ	2	...	4	5	...	6	7	2	1
الحصيص المتراكم	...	4	...	...	...	...	...	...	30

1) – كم عدد تلاميذ هذا القسم ؟

2) – أنقل ثم أتمم الجدول أعلاه.

3) –أ) -- أحسب التردد المرتبط بالنقطة 12.

ب) -- استنتج النسبة المئوية للتلاميذ الذين حصلوا على النقطة 12.

4) –أحسب معدل القسم بالنسبة لهذا الفرض المحروس.

5) – حدد : أ) -- القيمة الوسطية لهذه المتسلسلة. ب) -- منوال هذه المتسلسلة.

6) –أحسب النسبة المئوية للتلاميذ الذين حصلوا على نقطة أكبر من أو تساوي معدل القسم.

7) – أنشئ التمثيل المبياني لهذه المتسلسلة الإحصائية .

تمرين ②:

يعطي الجدول الآتي النقط التي حصل عليها 25 تلميذا في إحدى الفروض المحروسة :

النقطة n	$0 \le n < 4$	$4 \le n < 8$	$8 \le n < 12$	$12 \le n < 16$	$16 \le n < 20$
عدد التلاميذ	1	6	7	. . . . .	3

1) –أنقل ثم أتمم الجدول أعلاه.

2) –أعط جدول الحصيصات و الحصيصات المتراكمة و الترددات و الترددات المتراكمة.

3) – حدد صنف هذه المتسلسلة الإحصائية .

4) – حدد الصنف الذي يحتوي على القيمة الوسطية لهذه المتسلسلة الإحصائية.

5) –أحسب القيمة المتوسطة لهذه المتسلسلة الإحصائية.

6) – مثل هذه المتسلسلة الإحصائية بمدراج (مبيان بالأشرطة).

7) –أحسب النسبة المئوية للعينة $4 \le n < 12$.

تمرين ① :

1) – عدد تلاميذ هذا القسم هو : 30 تلميذا.

2) – إتمام الجدول :

النقطة	6	8	9	10	11	12	13	16	17
عدد التلاميذ	2	2	4	5	1	6	7	2	1
الحصيص المتراكم	2	4	8	13	14	20	27	29	30

3) – أ) -- التردد المرتبط بالنقطة 12 :

لدينا : الحصيص الموافق للنقطة 12 هو 6 و الحصيص الإجمالي هو 30 :

إذن : $\frac{6}{30}=0,2$. و بالتالي فإن التردد المرتبط بالنقطة 12 هو $0,2$.

ب) -- لنستنتج النسبة المئوية للتلاميذ الذين حصلوا على النقطة 12 :

لدينا : $0,2\times100 = 20$.

إذن : $20\,\%$ هي النسبة المئوية للتلاميذ الذين حصلوا على النقطة 20 .

4) – معدل القسم :

لدينا :

$$m=\frac{6\times2+8\times2+9\times4+10\times5+11\times1+12\times6+13\times7+16\times2+17\times1}{30}$$
$$=\frac{337}{30}$$
$$=11,23$$

إذن معدل القسم هو : $\boxed{11,23}$.

5) – أ) -- القيمة الوسطية لهذه المتسلسلة الإحصائية :

لدينا : $\frac{N}{2}=\frac{30}{2}=15$.

أصغر حصيص متراكم أكبر من أو يساوي 15 هو 20 الموافق للنقطة 12 .

إذن القيمة الوسطية لهذه المتسلسلة الإحصائية هي : 12 .

ب) -- المنوال :

لدينا أكبر حصيص هو 7 الموافق للنقطة 13 .

إذن منوال هذه المتسلسلة الإحصائية هو 13 .

6) – النسبة المئوية للتلاميذ الذين حصلوا على نقطة أكبر من أو تساوي معدل القسم .

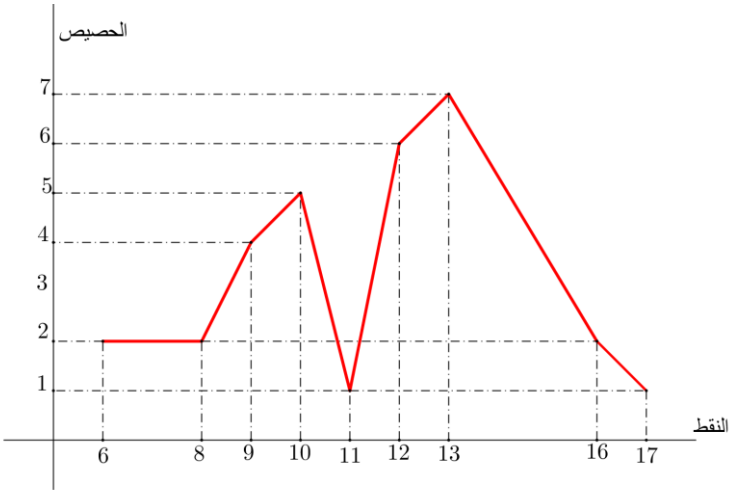
لدينا عدد التلاميذ الذين حصلوا على نقطة أكبر من أو تساوي $11,23$ هو : 16 تلميذا.

عدد تلاميذ القسم هو : 30 تلميذا.

إذن : $\frac{16}{30}\times 100 = \frac{160}{3} = 53,33$.

و بالتالي فإن النسبة المئوية للتلاميذ الذين حصلوا على نقطة أكبر من أو تساوي $11,23$ هي : $\boxed{53,33\,\%}$.

7) – التمثيل المبياني لهذه المتسلسلة الإحصائية :



تمرين ②:

1) – لنتمم الجدول : لدينا : $25-17=8$.

النقطة n	$0\le n<4$	$4\le n<8$	$8\le n<12$	$12\le n<16$	$16\le n<20$
عدد التلاميذ	1	6	7	**8**	3

2) – جدول الحصيصات و الحصيصات المتراكمة و الترددات و الترددات المتراكمة :

النقطة n	$0\le n<4$	$4\le n<8$	$8\le n<12$	$12\le n<16$	$16\le n<20$
عدد التلاميذ	1	6	7	8	3
ح – المتراكمة	1	7	14	22	25
الترددات	0,04	0,24	0,28	0,32	0,12
ت.المتراكمة	0,04	0,28	0,56	0,88	1

3) – منوال هذه المتسلسلة الإحصائية :

لدينا أكبر حصيص هو 8 الموافق للصنف $12\le n<16$.

إذن : صنف هذه المتسلسلة الإحصائية هو : $12\le n<16$.

4) – لنحدد الصنف الذي يحتوي على القيمة الوسطية :

لدينا : $\frac{N}{2}=\frac{25}{2} = 12,5$

أصغر حصيص متراكم أكبر من أو يساوي 12,5 هو 14 الموافق لصنف $8 \le n < 12$.

إذن : الصنف الذي يحتوي على القيمة الوسطية هو : $8 \le n < 12$.

5) – القيمة المتوسط : (أي المعدل الحسابي)

نعتبر الجدول الآتي :

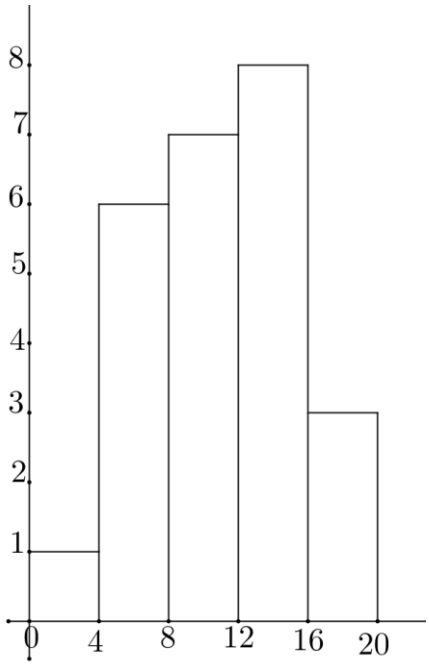
النقطة n	$0 \le n < 4$	$4 \le n < 8$	$8 \le n < 12$	$12 \le n < 16$	$16 \le n < 20$
الحصيص	1	6	7	8	3
مركز الصنف	2	6	10	14	18

إذن :

$$m = \frac{1\times 2 + 6\times 6 + 7\times 10 + 8\times 14 + 3\times 18}{25}$$
$$= \frac{2+36+70+112+54}{25}$$
$$= \frac{374}{25}$$
$$= 10,96$$

و بالتالي القيمة المتوسطة هي : $\boxed{10,96}$.

6) – المدراج :



7) – النسبة المئوية للعينة $4 \le n < 12$:

لدينا : $\frac{6+7}{25} \times 100 = \frac{1300}{25} = 52$.

إذن النسبة المئوية للعينة $4 \le n < 12$ هي $\boxed{52\ \%}$

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

تمارين

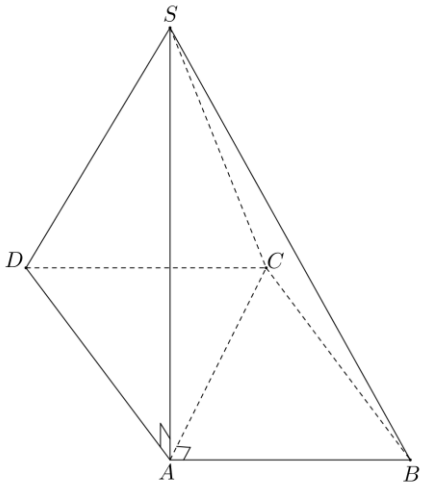
الهندسة الفضائية

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

موقع الرياضيات بالثانوي الإعدادي
www.anissmaths.net

تمرين ①:



نعتبر الشكل جانبه بحيث :

$SABCD$ هرم قاعدته متوازي الأضلاع $ABCD$

بحيث : $(AB)\perp(AC)$ و ارتفاعه $[SA]$.

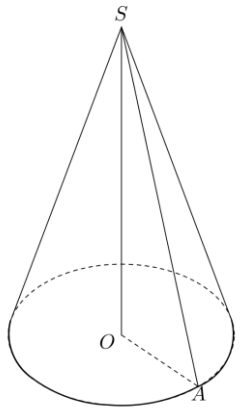
$SA=5\,cm$ و $SC=7\,cm$.

1) – أثبت أن المثلث SAC قائم الزاوية.

2) – أحسب : AC.

3) – أثبت أن : $(SAC)\perp(CD)$.

تمرين ②:



نعتبر المخروط الدوراني جانبه ارتفاعه $[SO]$ بحيث :

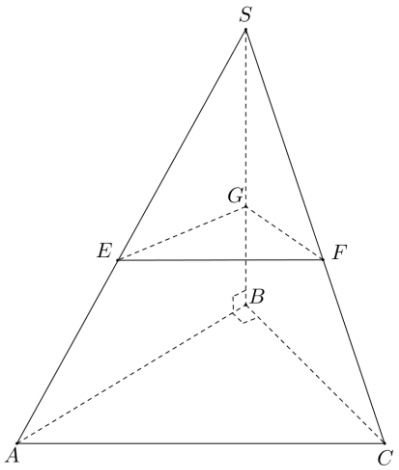
$OA=6\,cm$ و $SO=8\,cm$.

1) – أحسب مساحته الجانبية S_L .

2) – أحسب حجمه V .

3) – أحسب : $\cos S\hat{A}O$.

تمرين ③:



$SABC$ هرم ارتفاعه $[SB]$ و قاعدته المثلث ABC القائم الزاوية في B بحيث : $BC=3\,cm$ و $AB=4\,cm$

و $SE=4\,cm$ و $SA=8\,cm$ و $SB=10\,cm$. (أنظر الشكل)

نقطع هذا الهرم بمستوى (EFG) موازٍ للمستوى (ABC).

نعتبر الهرم $SEFG$ تصغيرا للهرم $SABC$.

1) – أثبت أن : نسبة التصغير هي $\frac{1}{2}$.

2) – أحسب : EG.

3) – أ) -- بين أن مساحة المثلث ABC هي $S_{ABC} = 6\,cm^2$.

ب) -- إستنتج S_{EFG} مساحة المثلث EFG.

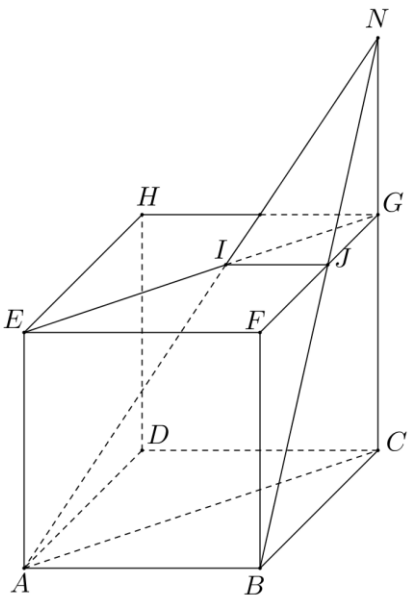
4) – أ) -- بين أن حجم الهرم $SABC$ هو : $V = 20\,cm^3$.

ب) -- أحسب V' حجم الهرم $SEFG$.

❀ تمرين ④ :

$ABCDEFGH$ مكعب بحيث : $AB = 9cm$ و $NC = 6cm$.

لتكن N نقطة من نصف المستقيم $[CG)$. (أنظر الشكل)



1) – أ) -- بين أن المستقيم (CN) عمودي على المستوى (ABC).

ب) -- بين أن حجم الهرم $NABC$ هو $V = 81\,cm^3$.

2) – لتكن I نقطة تقاطع المستقيمين (AN) و (EG).

و J نقطة تقاطع المستقيمين (NB) و (FG).

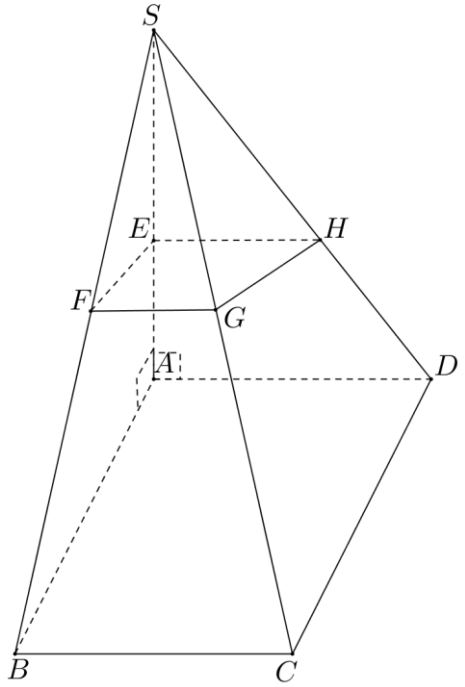
أ) -- الهرم $NIJG$ تصغير للهرم $NABC$ بحيث :

حجمه $V' = 3\,cm^3$.

تحقق أن نسبة هذا التصغير هي $\frac{1}{3}$.

ب) -- أحسب S_{IJG} مساحة المثلث IJG.

❀ تمرين ⑤ :



نعتبر هرما $SABCD$ إرتفاعه $[SA]$ و قاعدته مستطيل $ABCD$ بحيث :

$AB = 4\,cm$ و $AD = 3\,cm$ و $SA = 5\,cm$.

1) – أحسب V حجم الهرم $SABCD$.

2) – بين أن : $(AC) \perp (SA)$.

3) – بين أن : $SC = 5\sqrt{2}\ cm$.

4) – قمنا بتصغير الهرم $SABCD$ فحصلنا على الهرم $SEFGH$ الذي مساحة قاعدته $EFGH$ تساوي $3\,cm^2$.

(أنظر الشكل).

أ) -- حدد نسبة هذا التصغير.

ب) -- إستنتج المسافة SG.

ج) -- أحسب : CG.

تمرين ①:

1) – لنثبت أن المثلث SAC قائم الزاوية.

لدينا : $[SA]$ ارتفاع الهرم $SABCD$.

إذن : (ZA) عمودي على المستوى $(ABCD)$ في النقطة A.

و بما أن : (AC) ضمن المستوى $(ABCD)$ فإن : (SA) عمودي على (AC) في النقطة C.

و بالتالي فإن المثلث SAC قائم الزاوية في A.

2) – حساب AC :

لدينا SAC مثلث قائم الزاوية في A ، و حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $SC^2 = AS^2 + AC^2$

أي : $7^2 = 5^2 + AC^2$

$49 = 25 + AC^2$

و منه فإن : $AC^2 = 49 - 25$ أي $AC^2 = 24$

و بما أن : $AC > 0$ فإن : $AC = \sqrt{24}\ cm$ أي $\boxed{AC = 2\sqrt{6}\ cm}$.

3) – لنثبت أن : $(SAC) \perp (CD)$.

نعلم أن : $ABCD$ متوازي الأضلاع.

إذن : $(CD) // (AB)$.

و بما أن : $(AB) \perp (AC)$ (من خلال الشكل) فإن : $(CD) \perp (AC)$.

و نعلم أن : $(ABCD) \perp (SA)$ ، و بما أن : (CD) ضمن المستوى $(ABCD)$ فإن : $(CD) \perp (SA)$.

لدينا إذن : و $\left.\begin{array}{l}(CD) \perp (AC)\\(CD) \perp (SA)\end{array}\right\}$ و بما أن : (SA) و (AC) ضمن المستوى (SAC) فإن : $(SAC) \perp (CD)$.

تمرين ②:

1) – لنحسب المساحة الجانبية S_L :

لدينا : $S_L = \pi \times r \times SA$ أي : $S_L = \pi \times 6 \times SA$.

لنحسب : SA.

لدينا $[SO]$ ارتفاع الزمخروط الدوراني. إذن : $(SO) \perp (OA)$

و منه فإن المثلث SOA قائم الزاوية في O.

و حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $SA^2 = OA^2 + OS^2$

أي :

$$SA^2 = 6^2 + 8^2$$
$$= 36 + 64$$
$$= 100$$

و بما أن : $SA > 0$ فإن : $SA = \sqrt{100}\ cm$ ، أي : $SA = 10\ cm$.

و منه فإن : $S_L = \pi \times 6 \times 10$ و بالتالي فإن : $\boxed{S_L = 60\pi\ cm^2}$.

2) – حساب V :

لدينا : $V = \frac{1}{3} \times SO \times \pi \times OA^2$ ، أي : $V = \frac{1}{3} \times 8 \times \pi \times 6^2$

و منه فإن : $V = \frac{1}{3} \times 8 \times \pi \times 36$ و بالتالي فإن : $\boxed{V = 96\pi\ cm^3}$.

3) – حساب $\cos S\hat{A}O$:

لدينا : SOA مثلث قائم الزاوية في A .

إذن : $\cos S\hat{A}O = \frac{OA}{SA}$ ، أي : $\cos S\hat{A}O = \frac{6}{10}$ و بالتالي فإن : $\boxed{\cos S\hat{A}O = 0,6}$.

زمهم

تمرين ③ :

1) – لنثبت أن نسبة التصغير هي $\frac{1}{2}$:

لدينا : الهرم $SEFG$ هو تصغير للهرم $SABC$.

لتكن k نسبة هذا التصغير.

إذن : $SE = k\ SA$ ، أي : $4 = k \times 8$ و منه : $k = \frac{4}{8}$ و بالتالي فإن : $\boxed{k = \frac{1}{2}}$.

إذن : نسبة التصغير هي : $\frac{1}{2}$.

2) – لنحسب EG :

لدينا : $(ABC) // (EFG)$ ، إذن : $(AB) // (EG)$.

نعتبر المثلث : SAB .

لدينا : و $\left.\begin{matrix} E \in (SA) \\ G \in (SB) \end{matrix}\right\}$ و بما أن : $(AB) // (EG)$ ، فإن حسب خاصية طاليس المباشرة :

$$\frac{SE}{SA} = \frac{SG}{SB} = \frac{EG}{AB}$$

و منه فإن : $\frac{SE}{SA} = \frac{EG}{AB}$ ، أي : $\frac{1}{2} = \frac{EG}{4}$ يعني أن : $EG = \frac{4 \times 1}{2}$.

إذن : $\boxed{EG = 2\ cm}$

3) –أ -- لنبين أن مساحة المثلث ABC هي : $S_{ABC}=6\,cm^2$.

لدينا من خلال الشكل المثلث ABC قائم الزاوية في B .

إذن : $S_{ABC}=\frac{AB\times BC}{2}$ ، أي : $S_{ABC}=\frac{4\times 3}{2}=\frac{12}{2}=6\,cm^2$ ، إذن : $\boxed{S_{ABC}=6\,cm^2}$.

ب) -- لنستنتج S_{EFG} مساحة المثلث EFG .

بما أن الهرم $SEFG$ هو تصغير للهرم $SABC$ بنسبة $\frac{1}{2}$ فإن : $S_{EFG}=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times S_{ABC}$

أي : $S_{EFG}=\frac{1}{4}\times 6$ و بالتالي فإن : $\boxed{S_{EFG}=1,5\,cm^2}$.

4) –أ -- لنبين أن حجم الهرم $SABC$ هو : $V=20\,cm^3$.

لدينا : $V=\frac{1}{3}\times S_{ABC}\times SB$ أي : $V=\frac{1}{3}\times 6\times 10$ و منه فإن : $V=\frac{60}{3}=20\,cm^3$.

إذن : $\boxed{V=20\,cm^2}$.

ب) -- لنحسب V' حجم الهرم $SEFG$.

بما أن الهرم $SEFG$ هو تصغير للهرم $SABC$ بنسبة $\frac{1}{2}$ فإن : $V'=\left(\frac{1}{2}\right)^3\times V$

أي : $V'=\frac{1}{8}\times 20$ و بالتالي فإن : $\boxed{V'=2,5\,cm^3}$.

❀ تمرين ④ :

1) –أ -- لنبين أن المستقيم (CN) عمودي على المستوى (ABC):

لدينا : $CDHG$ مربع ، إذن : $(DC)\perp(CG)$ ، و منه فإن : $(DC)\perp(CN)$.

و لدينا : $BCGE$ مربع ، إذن : $(BC)\perp(GC)$ ، و منه فإن : $(BC)\perp(CN)$.

و بما أن : (BC) و (DC) ضمن المستوى (ABC) فإن : $\boxed{(ABC)\perp(CN)}$.

ب) -- لنبين أن حجم الهرم $NABC$ هو : $V=81\,cm^3$.

لدينا : $V=\frac{1}{3}\times S_{ABC}\times NC$ أي : $V=\frac{1}{3}\times\frac{AB\times BC}{2}\times NC$ و منه فإن : $V=\frac{1}{3}\times\frac{9\times 9}{2}\times 6$

إذن : $V=\frac{81\times 6}{6}$ و بالتالي فإن : $\boxed{V=81\,cm^3}$.

2) –أ -- لنتحقق من أن نسبة التصغير هي : $\frac{1}{3}$

لدينا الهرم $NIJG$ تصغير للهرم $NABC$. لتكن k نسبة هذا التصغير.

إذن : $V'=k^3V$ ، أي : $3=k^3\times 81$ و منه فإن : $k^3=\frac{3}{81}=\frac{1}{27}$ ، يعني أن : $k^3=\left(\frac{1}{3}\right)^3$

و بالتالي فإن : $\boxed{k=\frac{1}{3}}$.

إذن : نسبة التصغير هي : $\frac{1}{3}$.

ب) - - حساب S_{IJG} مساحة المثلث IJG :

نعلم أن الهرم $NIJG$ تصغير للهرم $NABC$ بنسبة $\frac{1}{3}$.

إذن : $S_{IJG}=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times S_{ABC}$ ، و منه فإن : $S_{IJG}=\frac{1}{9}\times\frac{AB\times AC}{2}$

أي : $S_{IJG}=\frac{1}{9}\times\frac{9\times 9}{2}$ و منه فإن : $S_{IJG}=\frac{9}{2}$ و بالتالي فإن : $\boxed{S_{IJG}=4,5\,cm^2}$.

❀ تمرين ⑤ :

1) – حساب V حجم الهرم $SABCD$.

لدينا : $V=\frac{1}{3}\times S_{ABCD}\times SA$ ، إذن : $V=\frac{1}{3}\times AB\times AD\times SA$ ، أي : $V=\frac{1}{3}\times 4\times 3\times 5$

و بالتالي فإن : $\boxed{V=20\,cm^3}$.

2) – لنبين أن : $(AC)\perp(SA)$:

لدينا : $\overrightarrow{SA}$ ارتفاع الهرم $SABCD$.

إذن : $(ABCD)\perp(SA)$.

و بما أن : (AC) ضمن المستوى $(ABCD)$ فإن : $\boxed{(SA)\perp(AC)}$.

3) – لنبين أن : $SC=5\sqrt{2}\,cm$.

نعلم أن $(SA)\perp(AC)$.

إذن المثلث SAC قائم الزاوية في A ، و حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $SC^2=AS^2+AC^2$

أي : $SC^2=5^2+AC^2$

*/ لنحسب AC :

لدينا : $ABCD$ مستطيل ، إذن : ABC مثلث قائم الزاوية في B .

و حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $AC^2=AB^2+BC^2$ ، أي : $AC^2=4^2+3^2$

و منه فإن : $AC^2=25$ ، و بما أن $AC>0$ فإن : $AC=\sqrt{25}\,cm$ ، أي : $\boxed{AC=5\,cm}$.

و منه فإن : $SC^2=5^2+5^2$ ، أي : $SC^2=50$ ، و بما أن : $SC>0$ فإن : $SC=\sqrt{50}\,cm$

و بالتالي فإن : $SC=5\sqrt{2}\,cm$.

4) – أ) -- لنحدد نسبة التصغير :

لدينا : الهرم $SEFGH$ تصغير للهرم $SABCD$. لتكن k نسبة هذا التصغير.

إذن : $S_{EFGH}=k^2\times S_{ABCD}$ ، و منه : $3=k^2\times AB\times AD$ ، أي : $3=k^2\times 4\times 3$

إذن : $3=12\,k^2$ و منه ، فإن : $k^2=\frac{3}{12}$ ، أي : $k^2=\frac{1}{4}$

و بما أن $k>0$ فإن : $\boxed{k=\frac{1}{2}}$.

إذن نسبة هذا التصغير هي : $\frac{1}{2}$.

ب) -- لنستنتج حساب SG :

نعلم أن : : الهرم $SEFGH$ تصغير للهرم $SABCD$ بنسبة $\frac{1}{2}$.

إذن : $SG = \frac{1}{2} \times SC$ ، أي : $SG = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2}$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{SG = \frac{5\sqrt{2}}{2}\ cm}$.

د) -- حساب CG :

لدينا : $CG = SC - SG$ ، أي : $CG = 5\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2}$

و منه فإن : $CG = \frac{10\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{CG = \frac{5\sqrt{2}}{2}\ cm}$.